ALGUNOS PROBLEMAS EN LA DETERMINACION DE LA CONFIABILIDAD DE INDICADORES CUALITATIVOS VIA ANALISIS DE CLASES LATENTES

Adalberto González Debén[1], Grupo de Estadística, Instituto de Cibernética, Matemática y Física, CITMA, Cuba
Martha Monteavaro Rodríguez[2], Departamento de Bioestadística y Computación,
Facultad de Ciencias Médicas "Miguel Enríquez"

RESUMEN
La metodología para determinar la confiabilidad de indicadores cuantitativos es muy conocida, y en muchos paquetes de programas aparecen varios métodos para estos fines. Sin embargo, en el caso de indicadores cualitativos no ocurre lo mismo. Clogg y Manning, en 1996, propusieron la utilización de los modelos de clases latentes para estos fines y, al mismo tiempo, dieron varias definiciones de confiabilidad basadas en los mismos. En este trabajo se exponen algunas experiencias acumuladas con este nuevo enfoque y se hace énfasis en tres aspectos: (1) los problemas que ocurren cuando hay muchas celdas con frecuencias bajas, (2) la posible existencia de no identificabilidad empírica, y (3) la posible existencia de extremos locales.

Palabras clave: modelos de clases latentes, confiabilidad.

ABSTRACT
The methodology for reliability studies of quantitative variables is well known. Software is available in many statistical packages. The reality is different for qualitative variables. In 1996, Clogg and Manning proposed using latent class models for this purpose and defined some reliability indices for this framework. In this paper, we present some experiences with this new approach and we make three observations concerning (1) some negative effects of sparseness, (2) empirical nonidentifiability, and (3) the local maximum problem.

Key words: latent class models, reliability

MSC: 62P10

1. INTRODUCCION

Clogg y Manning (1996) propusieron la utilización de los modelos de clases latentes para determinar la confiabilidad de indicadores cualitativos. En la aplicación de los modelos de clases latentes se pueden presentar tres problemas, que deben tenerse en cuenta para la correcta aplicación de esta metodología. El primer problema es que la tabla de contingencia sea "rala", esto es, que haya muchas celdas con frecuencias bajas, Agresti (1990). Una consecuencia de que la tabla de contingencia sea "rala", es que no se cumplen las propiedades asintóticas de los estadígrafos de bondad de ajuste, Wickens (1989), Agresti (1990). Otra consecuencia de la "raleza", menos estudiada hasta el momento, es la afectación en cuanto a estabilidad y precisión de los parámetros del modelo de clases latentes, Collins **et al**. (1996).

Tampoco ha recibido mucha atención el caso extremo conocido como no identificabilidad empírica, Uebersax (2001), que es cuando no hay identificabilidad para el conjunto de datos en estudio, aunque el mismo modelo con otros datos puede ser identificable.

El tercer problema es la posible existencia de extremos locales en la función de verosimilitud. En Uebersax (2000b) se trata este problema con amplitud.

Este trabajo consta de cuatro epígrafes, además de la introducción. En el segundo epígrafe se dan las definiciones básicas de los modelos de clases latentes. En el tercer epígrafe se presentan los coeficientes de confiabilidad para indicadores cualitativos derivados de los modelos de clases latentes. En el cuarto epígrafe se tratan los tres problemas que ya antes se mencionaron, y la relación entre ellos. En el quinto epígrafe se presenta un ejemplo, tomado de la práctica de consultoría estadística, a modo de ilustración.

Email: [1]adal@cidet.icmf.inf.cu
[2]mmontear@infomed.sld.cu

2. ANALISIS DE CLASES LATENTES

El análisis de clases latentes (ACL) es un método multivariado para encontrar grupos de individuos a partir de variables categóricas, y está muy estrechamente relacionado con otros métodos de análisis de la estructura latente, Heinen (1996). Sin embargo, desde el punto de vista de sus objetivos, el ACL está muy relacionado con el análisis de clusters, pues ambos métodos se utilizan para agrupar datos o construir tipologías.

2.1. Modelo Clásico de Clases Latentes

Sea $Y = (Y_1,...,Y_J)^T$ el vector de las J variables categóricas observadas, con z_j, j =1,..,J categorías cada una, que forman una tabla de contingencia de J entradas.

La probabilidad de la celda $y = (y_1,...,y_J)$ se denota $\pi_Y(y)$. Sea X = X(t), t = 1,...,T, la variable categórica latente o no observada, y $\pi_X(t)$, t = 1,...,T, su función de densidad de probabilidad.

El modelo clásico de clases latentes plantea:

$$(1)\quad \pi_Y(y) = \sum_{t=1}^{T} \pi_{Y,X}(y,t)$$

$$(2)\quad \pi_{Y,X}(y,t) = \pi_X(t)\prod_{j=1}^{J} \pi_{Y_j/X=t}(y_j)$$

La ecuación (1) significa que la tabla de contingencia observada se obtiene de colapsar una tabla de dimensión J + 1, formada por las J variables observadas y la variable latente.

La ecuación (2) describe la hipótesis de independencia local, o sea, que las variables observadas son condicionalmente independientes dada la variable latente. Para algunas aplicaciones esta hipótesis puede resultar inapropiada, existen extensiones del modelo clásico de clases latentes que hacen otras consideraciones más cercanas a la realidad, Uebersax (2000a).

2.2. Predicción modal de las clases latentes

Un aspecto muy importante en el ACL es el de la determinación de la clase latente para un individuo particular, o para el patrón de respuestas correspondiente a una celda de la tabla de contingencia observada. Se han propuesto dos métodos para predecir la pertenencia a las clases latentes: el de asignación modal y el de imputaciones múltiples, Clogg (1995). A continuación se describe el primero de ellos.

Para cada una de las celdas $y = (y_1,...,y_J)$, se obtiene la clase latente t_y con mayor probabilidad condicional, o sea,

$$\pi_{X/Y=y}(t_y) = \max_t \ \pi_{X/Y=y}(t), \qquad t = 1,...,T$$

La asignación modal consiste en asignar el individuo (o todos los individuos de la misma celda) con patrón de respuestas Y = y a la clase t_y.

La calidad de esta predicción está determinada por la diferencia,

$$\xi_y = 1 - \pi_{X/Y=y}(t_y)$$

que es la probabilidad de asignar el individuo (o todos los individuos de la misma celda) con patrón de respuestas Y = y, a una clase latente $t \neq t_y$.

La proporción esperada de clasificación errónea es:

$$E = \sum_y \xi_y \pi_Y(y)$$

Por último, la reducción de la proporción de clasificación errónea es:

$$\lambda = \frac{1 - \max_t (\pi_X(t)) - E}{1 - \max_t (\pi_X(t))}$$

Este índice λ coincide con el de habilidad predictiva de Goodman y Kruskal, descrito en Everitt (1977). En este caso $\pi_x(t)$ representa la distribución marginal (sin tener en cuenta a Y), que se puede utilizar para predecir X, y λ cuantifica la mejoría en la predicción cuando sí se tiene en cuenta la información de Y.

Adicionalmente se puede calcular el porcentaje de buena clasificación (PBC) de los individuos en las clases latentes,

$$PBC = (1-E)*100$$

3. DEFINICIONES DE CONFIABILIDAD DERIVADAS DEL MODELO DE CLASES LATENTES

Según Clogg y Manning (1996), "El modelo de clases latentes proporciona un basamento natural para la determinación de la confiabilidad de medidas categóricas". En este capítulo se presentan las definiciones de confiabilidad que dieron estos autores.

En lo adelante se hablará de un test compuesto por tres items dicotómicos A, B y C, con indicadores i, j y k para sus respectivas categorías.

3.1. Confiabilidad del item

La probabilidad condicional define completamente a la confiabilidad de la categoría específica del item,

$$\pi_{A/X=t}(i) = \frac{\pi_{AX}(it)}{\pi_X(t)}$$

La confiabilidad del item está dada por un par de parámetros de confiabilidad de la categoría específica del item. Se puede afirmar, por ejemplo, que el item A es un indicador perfectamente confiable de X si

$$\pi_{A/X=1}(1) = \pi_{A/X=2}(2) = 1$$

Según lo anterior, la confiabilidad se entiende como el grado en que X predice al item observado. De manera alternativa, otro concepto de confiabilidad se corresponde con el grado en que el item predice a la clase latente.

$$\pi_{X/A=i}(t) = \frac{\pi_{AX}(it)}{\pi_A(i)}$$

A diferencia de los enfoques basados en la correlación, que es simétrica, aquí hay dos conceptos diferentes de confiabilidad dados por las probabilidades condicionales correspondientes.

Estas mismas definiciones, son aplicables para los items B y C. Obviamente todos los índices de confiabilidad del item pueden ser generalizados al caso politómico.

Clogg y Manning (1996), propusieron un análisis adicional con el objetivo de verificar si la confiabilidad de los items es diferente. Para ello utilizan un modelo con las siguientes restricciones:

$$\text{R1)} \quad \pi_{A/X=1}(1) = \pi_{B/X=1}(1) = \pi_{C/X=1}(1)$$

$$\text{R2)} \quad \pi_{A/X=2}(1) = \pi_{B/X=2}(1) = \pi_{C/X=2}(1)$$

Este modelo plantea que las confiabilidades de las categorías específicas de los items son iguales dentro de cada clase latente. En González y Monteavaro (2001a) se demuestra que, consideradas por separado, las restricciones R1 y R2 son equivalentes. Por lo tanto, si sólo se desea imponer la restricción en una clase latente, se puede usar indistintamente R1 ó R2.

3.2. Confiabilidad del conjunto de ítems

Para un conjunto *S* de items, se define la confiabilidad como

$$\pi_{X/S}(t) = \frac{\pi_{S,X}(s,t)}{\pi_X(t)}$$

Si el conjunto S está formado por un solo item, coincide con la confiabilidad del item. Si el conjunto S está formado por los tres items, la confiabilidad del test completo se define como

$$\pi_{X/A=i,B=j,C=k}(t) = \frac{\pi_{ABCX}(ijkt)}{\pi_{ABC}(ijk)}$$

La forma más compacta de medir la confiabilidad del test es mediante el índice de habilidad predictiva de Goodman y Kruskal (λ), descrito en el epígrafe 2.2.

4. ASPECTOS QUE DEBEN TENERSE EN CUENTA AL UTILIZAR MODELOS DE CLASES LATENTES

4.1. Cuando la tabla es "rala"

El efecto negativo de las tablas de contingencia "ralas" que más se ha estudiado, es el incumplimiento de las propiedades asintóticas de los estadígrafos de bondad de ajuste, y su repercusión en las pruebas de hipótesis, Agresti y Yang (1987), Rudas (1986). Hay concenso en que no hay grandes problemas cuando los valores de los tres estadígrafos (X^2 de Pearson, G^2 de razón de verosimilitud y CR de Cressie-Read) son parecidos, Cressie y Read (1989), Wickens (1989), Vermunt (1997a).

Con respecto al análisis de clases latentes, en un estudio de simulación, Collins et al. (1993) mostraron que el estadígrafo X^2 de Pearson se comporta mejor que los estadígrafos G^2 de razón de verosimilitud y CR de Cressie-Read. Formann y Kohlmann (1996), y van der Heijden **et al**. (1997), utilizaron métodos de simulación a partir de datos reales para comprobar la bondad de ajuste de modelos de clases latentes en presencia de "raleza". Sin embargo, hay pocos estudios acerca de cuál es el efecto de las tablas "ralas" sobre la estimación de los parámetros en el modelo de clases latentes, Collins **et al**. (1996).

4.2. Identificabilidad de los modelos de clases latentes

Un modelo es identificable cuando existe una solución única, y no identificable cuando tiene infinitas soluciones. Hay dos tipos de no identificabilidad: intrínseca y empírica. La no identificabilidad intrínseca no depende de los datos, sino del modelo en sí, y es común en modelos con muchas variables latentes, Uebersax 2001.

La no identificabilidad empírica es la que ocurre con ciertas estructuras de los datos, es decir, el mismo modelo con otros datos puede ser identificable. En general, la no identificabilidad empírica está relacionada con muestras pequeñas y tablas "ralas". Otro caso es cuando, por ejemplo, un modelo de dos clases latentes se ajusta perfectamente a los datos y sin embargo se especifica un modelo de tres o más clases latentes.

Para evitar el problema de no identificabilidad se pueden añadir restricciones a los parámetros del modelo. Las restricciones más comunes son: (1) fijar los valores de algunos parámetros y (2) establecer relaciones de igualdad entre algunos parámetros. La primera alternativa no sirve en este contexto, donde precisamente lo que interesa es interpretar los parámetros en términos de índices de confiabilidad. Un ejemplo de la segunda alternativa son las restricciones R1 y R2 del epígrafe 3.1.

4.3. Máximos locales

La posible existencia de extremos locales en la función de verosimilitud es un problema técnico a tener en cuenta, Formann y Kohlmann (1996). Es más común en tablas "ralas", van der Heijden **et al**. (1997), y en modelos complejos con muchas clases latentes (más de cinco), Uebersax (2000b).

Es importante tener en cuenta también que los modelos con restricciones son más propensos a presentar el problema de la existencia de más de un extremo local. En González y Monteavaro (2001a) se discute el ejemplo de dos clases latentes y restricciones en los parámetros presentado por Clogg y Manning (1996), que tiene al menos dos extremos locales.

5. EJEMPLO

En la consulta de anestesiología previa a las intervenciones quirúrgicas se trata de pronosticar la dificultad del acceso laringoscópico. Para esta investigación, Rivas (2000), se aplicaron tres pruebas diagnósticas denominadas Mallampati (M), Horton (H) y Breachner (B), a una muestra de 99 individuos. El test de Mallampati consiste en la observación de la apertura oral y tiene cuatro categorías que dependen de lo que se puede observar a simple vista: (1) paladar blando, fauces, úvula, pilares anteriores y posteriores, (2) paladar blando, fauces y úvula, (3) paladar blando y base de úvula, y (4) no se ve el paladar blando.

El test de Horton se refiere a la distancia tiromentonial y se clasifica en tres categorías: (1) mayor o igual a 5 cm, (2) entre 4 y 5 cm, y (3) menor o igual a 4 cm .

El test de Breachner se refiere a la extensión de la articulación atlantooccipital y consta de cuatro categorías: (1) completa, (2) un tercio de reducción, (3) dos tercios de reducción, (4) ninguna.

Con el objetivo de construir un índice y estudiar su confiabilidad se llevó a cabo un análisis de clases latentes. Para todas las corridas se utilizó el paquete de programas LEM, Vermunt (1997b).

Los datos originales se muestran a continuación:

33 6 0 0 5 3 0 0 0 0 0 0 9 6 0 0 9 8 4 0 1 1 0 0 1 0 0 0 1 2 0 0 0 1 2 0 0 1 0 0 0 4 0 1 0 1 0 0.

El primer número corresponde a la celda (M = 1, H = 1, B = 1), el segundo número corresponde a la celda (M = 1, H = 1, B = 2), y el último número corresponde a la celda (M = 4, H = 3, B = 4).

Tabla 5.1. Parámetros del modelo clásico de dos clases latentes (* solución límite).

	CLASES LATENTES	
	t = 1	**t = 2**
Pr(X = t)	0,6721	0,3279
Pr(M = 1/X = t)	0,7063	0,0000
Pr(M = 2/X = t)	0,2779	0,6010
Pr(M = 3/X = t)	0,0158	0,1834
Pr(M = 4/X = t)	0,0000*	0,2157
Pr(H = 1/X = t)	0,7994	0,0864
Pr(H = 2/X = t)	0,2006	0,7287
Pr(H = 3/X = t)	0,0000*	0,1849
Pr(B = 1/X = t)	0,7843	0,2098
Pr(B = 2/X = t)	0,2157	0,5745
Pr(M = 3/X = t)	0,0000*	0,1849
Pr(M = 4/X = t)	0,0000*	0,0308

Como se puede apreciar, la tabla de contingencia es muy "rala", pues tiene 48 celdas (48 = 4x3x4), y la muestra es de 99 individuos. Además, un 58 % de las celdas tiene ceros muestrales. En la Tabla 5.1 se muestran los parámetros del modelo clásico de dos clases latentes, con 30 grados de libertad. La diferencia entre los estadígrafos de bondad de ajuste ($X^2 = 35.5$, $G^2 = 28.2$, CR = 30.24), es una clara consecuencia de que la tabla es "rala".

La primera columna corresponde a los parámetros, la segunda columna corresponde a la primera clase latente (Pr(X = 1) = 0.67), y la tercera columna corresponde a la segunda clase latente (Pr(X = 2) = 0.33). La primera clase latente se puede interpretar como la correspondiente al grupo de individuos "normales" (Pr(M = 1/X = 1) = 0.71, Pr(H = 1/X = 1) = 0.8, Pr(B = 1/X = 1) = 0.78). Nótese que en la primera clase latente aparecen cuatro parámetros con valores límites iguales a cero (Pr(M = 4/X = 1), Pr(H = 3/X = 1), Pr(B = 3/X = 1), Pr(B = 4/X = 1)), señalados con asterisco. En estos casos se acostumbra adoptar la convención, propuesta por Goodman en 1974, de ajustar los grados de libertad sumándole el número de valores límites obtenidos, Clogg (1995). En Heinen (1996), y van der Heijden **et al**. (1997), se comentan las limitaciones de esta práctica.

Según los indicadores globales, la confiabilidad es aceptable (λ = 0.83, PBC = 94.4 %). Sin embargo, resulta arriesgado interpretar los resultados debido a la presencia de “raleza”.

Las tres alternativas que se exploran a continuación son: (1) añadir un delta = 0.5 a cada celda, (2) añadir restricciones a los parámetros, y (3) reducir la cantidad de celdas en la tabla uniendo categorías.

5.1. Alternativa 1: Añadir un delta = 0.5 a cada celda

En el caso de tablas de contingencia “ralas”, es una práctica común añadir una pequeña constante a cada celda antes de realizar el análisis, Agresti y Yang (1987). En la Tabla 5.2 aparecen las estimaciones del modelo clásico de dos clases latentes añadiendo delta = 0.5 a cada celda.

Tabla 5.2. Parámetros del modelo clásico de dos clases latentes, añadiendo delta = 0.5 a cada celda.

	CLASES LATENTES	
	t = 1	**t = 2**
Pr(X = t)	0,5052	0,4948
Pr(M = 1/X = t)	0,7388	0,1165
Pr(M = 2/X = t)	0,2438	0,4740
Pr(M = 3/X = t)	0,0174	0,1959
Pr(M = 4/X = t)	0,0000	0,2136
Pr(H = 1/X = t)	0,8362	0,1978
Pr(H = 2/X = t)	0,1620	0,5740
Pr(H = 3/X = t)	0,0018	0,2282
Pr(B = 1/X = t)	0,8136	0,2373
Pr(B = 2/X = t)	0,1752	0,4620
Pr(M = 3/X = t)	0,0035	0,1936
Pr(M = 4/X = t)	0,0077	0,1071

Los estadígrafos de bondad de ajuste tienen valores muy parecidos entre sí (X^2 = 19.92, G^2 = 17.21, CR = 18.53), pero hay cambios considerables en los valores de los parámetros, con respecto a la Tabla 5.1.

5.2. Alternativa 2: Añadir restricciones a los parámetros

A partir de los resultados del análisis anterior (Tablas 5.1 y 5.2) se planteó un modelo de dos clases latentes con la siguiente restricción:

$$\text{R1)} \qquad \pi_{M\,/\,X=1}(1) = \pi_{H\,/\,X=1}(1) = \pi_{B\,/\,X=1}(1)$$

Esto es, dentro de la clase latente X = 1, las confiabilidades específicas correspondientes a la primera categoría de cada item son iguales, y no se hace ninguna suposición para la clase latente X = 2. En la Tabla 5.3 se muestran los resultados correspondientes a los dos extremos locales encontrados.

Como para este ejemplo hay dos extremos locales, lo correcto es escoger el mejor de ellos (logverosim. = -251.5), que aparece en la tercera columna (corrida B) de la Tabla 5.3. Analizando los estadígrafos de bondad de ajuste se puede apreciar que el estadígrafo X^2 es considerablemente mayor que los otros dos, lo que es un reflejo de la “raleza”.

Tabla 5.3. Resultados que evidencian la existencia de dos extremos locales.

Salida	Corrida A	Corrida B
X^2	37,9	39,3
G^2	31,6	29,7
C.R.	33,3	32,5
g.l.	32	32
Logverosim.	- 252,4	- 251,5
P(X = 1)	0,29	0,64
P(X = 2)	0,71	0,36
P(item = 1/X = 1)	0,07	0,78

5.3. Alternativa 3: Unir algunas categorías de las variables manifiestas

La solución que se presenta aquí consistió en dicotomizar las tres variables manifiestas. Para cada una de estas variables se dejó igual la categoría (1), que llamaremos "normal", y se unieron las restantes en una nueva categoría (2) denominada "algún problema".

Con el objetivo de analizar si la confiabilidad de los items es diferente, se ajustó el siguiente modelo con las dos restricciones:

R1) $$\pi_{M\,/\,X=1}(1) = \pi_{H\,/\,X=1}(1) = \pi_{B\,/\,X=1}(1)$$

R2) $$\pi_{M\,/\,X=2}(1) = \pi_{H\,/\,X=2}(1) = \pi_{B\,/\,X=2}(1)$$

El modelo se ajustó (X^2 = 6.57, G^2 = 6.78, CR = 6.6, con 4 g.l.). Bajo este modelo el valor común de las confiabilidades es:

$$\pi_{\text{item}\ /\ X=1}(1) = 0.857$$

$$\pi_{\text{item}\ /\ X=2}(1) = 0.2036$$

Según el índice de habilidad predictiva de Goodman & Kruskal, la confiabilidad es aceptable (λ = 0.83), y según la regla de clasificación modal, el 92 % de los pacientes se clasifican correctamente.

En González y Monteavaro (2001a) aparece en detalle el análisis de la confiabilidad del conjunto de items, que en esencia es similar al realizado por Clogg y Manning (1996) para un índice de ayuda prestada a madres jóvenes, y por González y Monteavaro (2001b) para un índice de información política.

En resumen, el índice formado por los tres exámenes con los resultados dicotomizados ("normal", "con algún problema") es confiable. Además, los tres exámenes tienen la misma confiabilidad. Este último resultado puede deberse a la pérdida de información resultante del proceso de dicotomización de las variables manifiestas.

5. CONCLUSIONES

Los modelos de clases latentes se pueden utilizar para definir varias medidas de consistencia interna de indicadores cualitativos. Sin embargo, para la correcta aplicación de esta metodología debe tenerse en cuenta el problema de no identificabilidad empírica, en cuya presencia estas definiciones de confiabilidad carecen de significado. Una causa común de no identificabilidad empírica es que la tabla sea "rala". Hasta el momento hay pocos estudios sobre el efecto de la "raleza" sobre la estimación de los parámetros del modelo de clases latentes. Las soluciones usuales, que consisten en añadir un valor pequeño delta a cada celda o disminuir la dimensión de la tabla de contingencia uniendo algunas categorías de las variables manifiestas, tienen el inconveniente de la posible pérdida de información. La otra alternativa es utilizar modelos con restricciones en los parámetros que tengan sentido en términos de este tipo de problemas, con el inconveniente de la posible existencia de más de un extremo local en la función de verosimilitud.

6. RECOMENDACIONES

Debe estudiarse con más profundidad la estabilidad y precisión de la estimación de los parámetros del modelo de clases latentes, y la no identificabilidad empírica, en relación con el tamaño de la muestra y la estructura de las variables observadas.

Esta metodología debe ser ampliada con la inclusión de modelos que tienen en cuenta relaciones entre las variables observadas dentro de las clases latentes.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a Lidia Aurora Rivas, por permitir el uso de sus datos. Le están muy agradecidos a Alexander von Eye por la literatura facilitada, y los comentarios y sugerencias a la versión preliminar de este trabajo. Por último, le agradecen a Jeroen Vermunt por las consultas realizadas.

REFERENCIAS

AGRESTI, A. (1990): **Categorical Data Analysis**, New York, Wiley.

AGRESTI, A. and M. YANG (1987): "An empirical investigation of some effects of sparseness in contingency tables", **Computational Statistics & Data Analysis**, 5, 9-21.

CLOGG, C.C. (1995): Latent Class Models, en: G. Arminger, C. C. Clogg y M. E. Sobel (Eds.): **Handbook of Statistical Modeling for the Social and Behavioral Sciences** (311-359). New York, Plenum Press.

CLOGG, C.C. and W.D. MANNING (1996): "Assessing Reliability of categorical Measurements Using Latent Class Models", En A. von Eye y C. C. Clogg (Eds.) **Categorical Variables in Developmental Research** (169-182). San Diego: Academic Press.

COLLINS, L.M.; P.L. FIDLER; S.E. WUGALTER and J.D. LONG (1993): "Goodness-of-fit testing for latent variables. **Multivariate Behavioral Research** 28, 375-389.

COLLINS, L. M.; P.L. FIDLER and S.E. WUGALTER (1996): "Some practical issues related to the estimation of latent class and latent transition parameter", En A. von Eye y C.C. Clogg (Eds.) **Categorical Variables in Developmental Research** (169-182). San Diego: Academic Press.

CRESSIE, N. and T.R.C. READ (1989): "Pearson's X^2 and the Loglikelihood Radio Statistics G^2: a comparative review", **International Statistical Review**, 57, 1, 19-43.

EVERITT, B. S. (1977): **The analysis of contingency tables**, London: Chapman and Hall.

FORMANN, A.K. and T. KOHLMANN (1996). "Latent class analysis in medical research", **Statistical Methods in Medical Research**, 5, 179-211.

GONZALEZ, D. A. y M.R. MONTEAVARO (2001a): "Sobre la aplicación de los modelos de clases latentes al estudio de la confiabilidad de indicadores cualitativos", **Reporte de Investigación del ICIMAF** 2001-131.

________________________________ (2001b): "Determinación de la confiabilidad de un índice de información política" *(por publicar).*

HEINEN, T. (1996): **Latent class and discrete latent trait models: similarities and differences**. Thousand Oaks: Sage Publications.

MONTEAVARO, R. M. (2000): “Aplicación del análisis de clases latentes al estudio de la confiabilidad de indicadores cualitativos”, Tesis de Maestría, Universidad de La Habana.

RIVAS, L.A. (2000): “Manejo Preoperatorio de la Vía Aérea Difícil”, Trabajo de Terminación de Residencia. Hospital Militar Carlos J. Finlay, La Habana.

RUDAS, T. (1986). “A Monte Carlo comparison of the small sample behavior of pearson, the likelihood ratio and the Cressie-Read statistics”, **J. Statist. Comput. Simul**. 24, 107-120.

UEBERSAX, J. (2000a): **A Practical Guide to Local Dependence in Latent Class Models**. Internet WWW page, at URL: http://ourworld.compuserve.com/homepages/jsuebersax/condep.htm (version current as of august 10).

____________ (2000b): **A Brief Study of Local Maximum Solutions in Latent Class Analysis**. Internet WWW page, at URL: http://ourworld.compuserve.com/homepages/jsuebersax/local.htm (version current as of august 10).

____________ (2001): **Latent Class Analysis Frequently Asked Questions (FAQ)**. Internet WWW page, at URL: http://ourworld.compuserve.com/homepages/jsuebersax/faq.htm (Last updated: 5 October).

VAN DER HEIJDEN, P.; H. HART: and J. DESSENS (1997): “A parametric bootstrap procedure to perform statistical tests in LCA of anti-social behavior”, In: Rost, J. and langeheine, R. (Eds.) **Applications of latent trait and latent class models in the social sciences**, New York: Waxmann.

VERMUNT, J. K. (1997a): **Loglinear models for event histories**. Thousand Oaks: Sage Publications.

_____________ (1997b): **LEM: A General Program for the Analysis of Categorical Data**. Internet WWW page, at URL: http://cwis.kub.nl/~fsw_1/mto.

WICKENS, T.D. (1989): **Multiway contingency tables analysis for the social sciences**, Hillsdale, N. J.: Erlbaum.