

GeoGebra para el aprendizaje, análisis e interpretación gráfica de funciones trigonométricas en Bachillerato

GeoGebra for Learning, Analysis and Graphical Interpretation of Trigonometric Functions in High School

Milton Javier González Tomalá 

Universidad Técnica de Manabí, Ecuador

m.gonzalez0165@utm.edu.ec

Ulbio Durán Pico 

Universidad Técnica de Manabí, Ecuador

ulbio.duran@utm.edu.ec

Enrique Verdecia Carballo 

Facultad Latinoamericana de Ciencia Sociales, Programa Cuba

Universidad de La Habana, Cuba

enrique@flacso.uh.cu

Fecha de enviado: 23/02/2024

Fecha de aprobado: 15/05/2024

RESUMEN: Durante el Bachillerato, muchos estudiantes presentan problemas en el aprendizaje, análisis e interpretación gráfica de funciones trigonométricas, debido a la limitación que se presenta al momento de graficarla en la pizarra, generando desmotivación de parte de los estudiantes y docentes. El objetivo del presente estudio es probar que mediante el uso del software GeoGebra se logra un mejoramiento del aprendizaje de los estudiantes en los contenidos referidos al análisis e interpretación gráfica de funciones trigonométricas. La metodología utilizada es de enfoque cuantitativo de tipo experimental y diseño cuasiexperimental. Se consideró como población a 1415 estudiantes de la Unidad Educativa Santa Elena, de los cuales se tomó una muestra de 76 estudiantes de segundo de Bachillerato General Unificado, según un muestreo no probabilístico, intencional a criterio del autor. Se emplearon las técnicas de pretest y posttest y como instrumento el cuestionario para identificar los problemas y las dificultades que tienen los estudiantes en el aprendizaje de funciones trigonométricas. Se concluye que GeoGebra permitió que los estudiantes desarrollen habilidades de análisis e interpretación aprovechando los beneficios del Aprendizaje Significativo.

PALABRAS CLAVE: aprendizaje significativo; funciones trigonométricas; GeoGebra.

ABSTRACT: During high school, many students have problems in learning, analyzing and graphically interpreting trigonometric functions, due to the limitation that occurs when graphing them on the board, generating demotivation on the part of students and teachers. The objective of this study is to prove that through the use of GeoGebra software, an improvement in student learning is achieved in the contents related to the analysis and graphical interpretation of trigonometric functions. The methodology used is a quantitative approach of an experimental type and a quasi-experimental design. The population was considered to be 1415 students from the Santa Elena Educational Unit, from which a sample of 76 second-year students of Unified General High School was taken, according to a non-probabilistic, intentional sampling at the author's discretion. Pretest and posttest techniques were used and the questionnaire was used as an instrument to identify the problems and difficulties that students have in learning trigonometric functions. It is concluded that GeoGebra allowed students to develop analysis and interpretation skills taking advantage of the benefits of Meaningful Learning.

KEYWORDS: meaningful learning; trigonometric functions; GeoGebra.

A lo largo de los años, la sociedad se ha enfrentado a grandes cambios significativos partiendo de la inclusión de la tecnología como un medio importante en la realización de las actividades de nuestro diario vivir y en relación con un ámbito social, político, académico y laboral. En este caso, en el ámbito académico se encuentran las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC), que son herramientas electrónicas que permiten el procesamiento, transmisión y acceso de la información de una forma fácil y sencilla. Además, estas herramientas ofrecen una nueva alternativa para llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje de un área del conocimiento.

En ese sentido, educar es la capacidad de desarrollar las destrezas intelectuales de un individuo o un conjunto de personas, a su vez, esta facultad ha evolucionado con el pasar de los años convirtiendo a ilustres en profesores que dedican su voluntad a la enseñanza. En la actualidad a nivel mundial la educación se ha caracterizado por tener una crítica constructiva dentro de su método de aprendizaje, postulando como obsoleta las guías tradicionales constituidas por lectura, enseñanza y práctica; por lo tanto, se le ha atribuido el déficit que presentan los estudiantes por la carencia en sus bases matemáticas.

Así mismo, a través de la evaluación internacional llamada PISA en el año 2018 menciona que a nivel de Latinoamérica el 80 % de los estudiantes de 15 años obtuvieron un puntaje menor al promedio en el área de matemática. De manera que, se reafirma la existencia de dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas, logrando así no alcanzar el conocimiento mínimo de dicha ciencia.

Por otro lado, en Ecuador, a nivel nacional en un artículo publicado por el diario El Universo (2019) se detallan los resultados obtenidos por la prueba PISA. Es así que se declara que se evaluó a 6108 estudiantes de 173 instituciones educativas y se obtuvo un 70,9 % de alumnos que no alcanzaron el nivel básico de conocimiento en Matemáticas.

De acuerdo con Chávez y Pastor (2013), a nivel de trigonometría la problemática se da por una enseñanza demasiado tradicional y no integrada de manera correcta a los estilos de aprendizaje de los estudiantes, y estos poseen aversión, debido al miedo hacia la materia producido en ambientes educativos que no logran captar su atención y despertar el interés; por malas calificaciones o prácticas educativas poco motivadoras; el área se torna aburrida, compleja y difícil de asimilar, generando aburrimiento, apatía, y desinterés en vez de satisfacción.

Matemática es una de las áreas del conocimiento que presenta mayor grado de dificultad en su aprendizaje. Según Huaman y Llanos (2017), los estudiantes solo alcanzan aprendizajes superficiales y no desarrollan los diferentes tipos de pensamiento referentes al área.

En consecuencia, en el presente trabajo de investigación se escogió el software GeoGebra el cual permite exportar a herramientas web 2.0 y la manipulación por parte del usuario es sencilla, el estudiante puede lograr la visualización del objeto matemático de una manera más dinámica, lo cual concuerda con lo expresado por el Instituto Nacional de Tecnologías y de formación del profesorado. El software GeoGebra se ha convertido en una herramienta revolucionaria en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

ya que permite realizar construcciones dinámicas, fácilmente exportables a aplicaciones web, en las que podemos manipular las expresiones (geométricas, numéricas, algebraicas o tabulares) y observar la naturaleza de las relaciones y propiedades matemáticas a partir de las variaciones producidas por nuestras propias acciones (Carvajal et al., 2019).

La búsqueda de estrategias didácticas permite al docente contribuir con la mejora de su método didáctico y ayuda a la apropiación de los aprendizajes en los estudiantes para que su enseñanza gire en torno a un eje motivador y explore su capacidad mental aportando al desarrollo de su propia formación. El problema pasa por el hecho de que los docentes, más aún los de bachillerato, aprovechan todos los recursos tecnológicos a su alcance, al igual que algunas aplicaciones, para que puedan tener resultados más provechosos en su enseñanza, de tal modo que los estudiantes lleguen con mejor base a su vida formativa universitaria.

Desarrollo GeoGebra

GeoGebra (2019), se describe como, un software de matemáticas para todo nivel educativo. Reúne dinámicamente geometría, álgebra, estadística y cálculo en registros gráficos, de análisis y de organización en hojas de cálculo, dinamiza el estudio y armoniza lo experimental y lo conceptual

Este software matemático es considerado como instrumento que brinda la oportunidad de transformar el ambiente tradicional del sistema educativo, en un espacio de interacción que conlleva al estudio comprensivo de las matemáticas y al desarrollo de las capacidades

que le permiten adquirir un aprendizaje significativo (Pabón et al., 2015).

No requiere recursos económicos para su adquisición además de ser una herramienta libre, por medio de esta se pueden trabajar con tipo de gráfico de funciones, de estadística, de geometría etc. Y con ello los estudiantes logran comprender los conceptos de una manera más sencilla y son capaces de aplicar dichas definiciones a problemas de la vida cotidiana.

La herramienta GeoGebra propicia un ambiente de trabajo colaborativo entre los estudiantes, promueve además el interaprendizaje con la guía del docente para lograr un aprendizaje que garantice el dominio del nuevo conocimiento, donde el alumno sea el que construya su propio conocimiento. Además, permite un aprendizaje más fácil y dinámico en temas relacionados a la geometría, álgebra, cálculo, estadística etc. Su aplicación es muy amplia, de uso fácil y su interfaz es amigable tanto para el estudiante como para el docente.

En este contexto, el docente es quien debe buscar nuevas estrategias que le permitan trabajar en ambientes interactivos, de colaboración, participación. En la actualidad, la nueva generación de estudiantes es considerada como “nativos tecnológicos” por tal motivo el docente debe estar preparado para asumir nuevos retos y desafíos propios del avance la ciencia y la tecnología.

El software GeoGebra proporciona estrategias que contribuye a mejorar las actividades innovadoras en el análisis y planteamiento de resolución de problemas por medio de esta herramienta es mucho más fácil la interpretación de estos.

Por tanto, GeoGebra es un programa ideado como herramienta didáctica, permite la búsqueda y la investigación como medios para aprender matemática. Es una herramienta tecnológica que abre la posibilidad de abordar problemas que serían imposibles sin su ayuda y permite adoptar un enfoque experimental de la matemática cambiando la naturaleza de su aprendizaje (Natale & Papini, 2019).

Por otra parte, GeoGebra es un software de carácter dinámico, que posibilita el uso de diferentes registros de representación semiótica. Se pueden construir applets que apoyen el uso simultáneo de estos por los estudiantes. Además, es una de las herramientas tecnológicas que se sugiere utilizar (García e Izquierdo, 2017).

GeoGebra, tiene un impacto relevante al ser implementada en el aula de clase ya que permite el fortalecimiento de las competencias geométricas y lleva a los estudiantes a plantear una conjetura final para poder pasar a verificarla (Álvarez et al., 2019).

Además, ofrece tres perspectivas diferentes de cada objeto matemático: una vista gráfica, una vista numérica, vista algebraica y, además, una vista de hoja de cálculo. Esta multiplicidad permite apreciar los objetos matemáticos en tres representaciones diferentes: gráfica (como en el caso de puntos, gráficos de funciones), algebraica (como coordenadas de puntos, ecuaciones), y en celdas de una hoja de cálculo. Cada representación del mismo objeto se vincula dinámicamente a las demás en una adaptación automática y recíproca que asimila los cambios producidos en cualquiera de ellas, más allá de cuál fuera la que lo creara originalmente (Arteaga et al., 2019).

En una investigación realizada por Alcívar et al. (2019), destacan cómo la herramienta del software GeoGebra contribuye a mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje promoviendo la participación activa de los estudiantes ya sea en forma individual o grupal y que su aplicación no sea exclusiva del docente y que sea de utilidad práctica en los estudiantes para que ellos construyan los conocimientos nuevos. Esta investigación tiene como propósito contribuir a que el software educativo en el ámbito del proceso de enseñanza aprendizaje se constituya en una herramienta que facilite dicho proceso y contribuya a la participación activa de los estudiantes.

Por otra parte, un estudio realizado por Leal et al. (2021), indica el impacto que tiene el uso del software GeoGebra en la educación. Este software permite al estudiante la exploración y el descubrimiento, además cuenta con simulaciones las cuales captan la atención de los mismos permitiendo de esta manera resolver problemas que fácilmente pueden pasar desapercibidos o no pueden ser observados en condiciones normales, GeoGebra proporciona un ambiente de apoyo y cuenta con un sin número de recursos que permite al estudiante un mejor aprendizaje, lo que conlleva a disminuir la monotonía habitual del proceso docente.

Aprendizaje significativo

El aprendizaje es la obtención de nueva información y su almacenamiento en la memoria mediante procesos cerebrales, y su recuperación y utilización en el momento que se requiera utilizarla; en el proceso de aprendizaje se adquieren conocimientos o habilidades (García et al., 2015), esto hace que la persona se adapte, se

desenvuelva y sobreviva al medio en el que se encuentra. Los elementos que se involucran en el proceso de enseñanza-aprendizaje en la educación formal son: el maestro, el educando, el entorno (Avendaño, 2013).

Uno de los factores relevantes para que se dé el proceso de aprendizaje es la motivación, entendida esta, como una actitud interna y positiva que mueve al individuo a alguna acción o a interesarse por un nuevo conocimiento, es por tanto un proceso de cambio, y es endógeno, es aquello que nos impulsa a llevar a cabo una acción y a mantener firme su conducta hasta conseguir los objetivos que se persiguen (Armas, 2019).

Según Cabanes y Colunga (2017), los procesos como atención, memoria, pensamiento pueden estimularse desde las clases de Matemática en la enseñanza primaria, así como funciones ejecutivas metacognitivas: planificación, memoria de trabajo, flexibilidad mental, entre otras. Se considera que es posible establecer una relación bidireccional entre funciones ejecutivas metacognitivas y aprendizaje de la Matemática.

En el aula la motivación intrínseca se puede lograr haciendo actividades donde el alumno seleccione las que considere competente para llevarla a cabo, actividades acordes a todas las inteligencias, atendiendo a las diferencias individuales. Una tarea interesante aumentará su percepción de competencia y fomenta la motivación intrínseca para realizarla. La tarea tiene que ser significativa con coherencia lógica para conectar sus contenidos con los anteriores, luego se autoevalúan para fortalecer el propio aprendizaje y reimpulsar la motivación. Los aprendizajes al estar conectados con los

anteriores y los posteriores para generar interés continuo (Armas, 2019).

Durante el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática, el profesor puede utilizar métodos convencionales o tradicionales, con cargas altas de abstracción, caracterizados por la secuencia: definición, ejercitación, aplicación y evaluación (Burbano et al., 2017). También puede recurrir a metodologías alternativas focalizadas en el uso de materiales concretos, que permitan ir paulatinamente hacia la comprensión de los conceptos matemáticos, con la realización de cálculos y su aplicación en situaciones reales (Calva et al., 2017).

En este contexto, las comunidades educativas muestran una continua preocupación por el poco desarrollo del pensamiento matemático de los escolares, en los distintos niveles. En particular, se observa un bajo nivel de desarrollo en lo referente al pensamiento lógico matemático, en los grados inferiores de la educación primaria, atribuibles a diversos factores, entre ellos, la motivación estudiantil, la dificultad de las temáticas, las didácticas específicas utilizadas por los maestros de matemáticas (Naranjo et al., 2016), y al conocimiento didáctico del contenido asociado con otros pensamientos (Burbano et al., 2020).

Para mejorar la motivación en los estudiantes es necesario que el docente también esté motivado, esto se logra mediante la capacitación continua e innovando su clase, haciendo uso de las TIC para lograrlo. Para ello se debe mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje, el uso de nuevos materiales y recursos, de nuevas formas de enseñar y aprender, nuevas metodologías didácticas, en suma, el docente debe estar en capacidad de desarrollar nuevas competencias

docentes y digitales que satisfagan las exigencias de la sociedad actual, llamada también Sociedad de la Información y el Conocimiento en un universo complejo y en permanente cambio (Revelo et al., 2019).

Los elementos anteriores son algunos de los factores causantes de la desmotivación de los estudiantes de bachillerato para el aprendizaje de la matemática, debido a que presentan vacíos de conocimientos previos, que se vienen arrastrado de años anteriores generando desmotivación en la actualidad.

En ese sentido, el aprendizaje significativo es un concepto central en la Teoría de la educación, propuesto por el psicólogo estadounidense David Ausubel en la década de 1960. Según Ausubel, el aprendizaje significativo ocurre cuando la nueva información se relaciona de manera sustancial y no arbitraria con los conocimientos previos del estudiante (Ausubel, 1968). Esta integración facilita una comprensión más profunda y duradera del contenido, en contraste con el aprendizaje memorístico, que tiende a ser superficial y temporal.

Este tipo de aprendizaje se distingue por su énfasis en la relación entre los conocimientos nuevos y los ya existentes en la estructura cognitiva del estudiante. Ausubel (1968), argumenta que el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente. Esta perspectiva subraya la importancia de la activación de los conocimientos previos y su interconexión con nuevos conceptos, lo que facilita una mayor retención y aplicabilidad del conocimiento.

Existen varios tipos de aprendizaje significativo, incluyendo el aprendizaje de

representaciones, el aprendizaje de conceptos y el aprendizaje de proposiciones. El aprendizaje de representaciones se refiere a la adquisición de significados para símbolos o palabras, mientras que el aprendizaje de conceptos implica la integración de ideas más complejas que representan objetos, eventos o situaciones. Por último, el aprendizaje de proposiciones se refiere a la comprensión de ideas expresadas en frases o proposiciones, conectando conceptos de manera coherente y lógica (Ausubel et al., 1978).

Para que el aprendizaje significativo ocurra, deben cumplirse varias condiciones:

El contenido debe tener un significado claro y una estructura lógica que permita su conexión con los conocimientos previos del estudiante. El estudiante debe estar dispuesto a relacionar activamente el nuevo conocimiento con su estructura cognitiva existente, así como que debe poseer los conocimientos previos necesarios para integrar la nueva información de manera significativa.

El aprendizaje significativo tiene múltiples aplicaciones en diversos contextos educativos. En el ámbito de la enseñanza de las ciencias, por ejemplo, permite a los estudiantes construir una comprensión profunda de los conceptos científicos al relacionarlos con experiencias y conocimientos previos. Novak (1998), destaca que el aprendizaje significativo no solo facilita la retención a largo plazo, sino que también mejora la capacidad de los estudiantes para aplicar lo que han aprendido en nuevos contextos.

Además, el aprendizaje significativo fomenta el pensamiento crítico y la capacidad de resolver problemas, habilidades esenciales en el mundo contemporáneo. Esto se debe a que los estudiantes no solo memorizan hechos, sino que

comprenden y pueden manipular la información de manera flexible y creativa.

Por lo antes mencionado, el aprendizaje significativo representa un enfoque educativo poderoso que promueve una comprensión profunda y duradera del contenido, sus beneficios para la retención del conocimiento y el desarrollo de habilidades críticas lo convierten en un objetivo valioso en la educación contemporánea.

Funciones trigonométricas

Es importante tener en consideración que dentro del ámbito matemático existe la enseñanza de la trigonometría, de gran relevancia para la comprensión, demostración y relación con algunas ciencias en nuestro diario vivir. Esto evidencia que se hace necesario pensar sobre la correcta enseñanza de la misma, y con ello evitar tener inconvenientes en el aprendizaje de nuevos conocimientos en los años superiores. Al existir falencias, en el momento de impartir estos conocimientos conlleva a que los estudiantes no desarrollen de manera eficaz sus habilidades cognitivas, por ende no tendrán desarrolladas destrezas idóneas al momento de su utilización para la resolución de ejercicios con mayor grado de dificultad (Aray et al., 2020).

Según Andrade et al. (2020), los procesos formativos matemáticos deben ser asumidos con más seriedad en el bachillerato. Este autor asegura que en la enseñanza tradicional de la Trigonometría, las figuras dibujadas por el maestro en la pizarra, además de ser estáticas y rígidas, pueden ser muy diferentes de aquello que él quiere representar. Por ello, sugiere el empleo de diversos softwares y programas informáticos como GeoGebra que posee características semejantes a un simulador con el cual el alumno

puede, desde una construcción, alterar los objetos preservando las características originales de la construcción.

Por su parte, Zubieta (2019) afirma que la trigonometría es una matemática muy visual pero es una de las más técnicas, al ser visual debería ser más fácil de comprender y sin embargo no es así, dado que al abordarla, el docente se encuentra con varios obstáculos: los estudiantes tienen falencias relacionadas con preconceptos como ubicación de puntos en el plano cartesiano, la definición de función y en relación al manejo de artefactos, como el transportador y dificultades en el manejo del curvógrafo para el trazo de las gráficas, que son importantes al momento del trabajo de las funciones trigonométricas.

En la actualidad, la tecnología cambia día a día, por tal razón es necesario en el área de matemáticas buscar nuevas estrategias, que permitan que de una manera sencilla los estudiantes capten el conocimiento. En este sentido, los simuladores son útiles en la labor educativa, ya que para su manejo no es necesario poseer avanzados conocimientos en el área de la informática (Zubieta, 2019).

En ese sentido, Apaclla y Paitan (2018), confirman que los niveles de aprendizaje en los países latinos es similar presentando los mismos grados de dificultad en el aprendizaje de las funciones trigonométricas en el bachillerato. Con relación a los aspectos metodológicos, la aplicación de la tecnología y el sistema operativo de Geogebra permite la mejora de los aprendizajes en algunas temáticas en relación a la matemáticas, donde se prioriza el tema de las funciones trigonométricas.

El tema de funciones trigonométricas de acuerdo al *pensum* académico en Ecuador se

realiza a nivel de bachillerato. Sin embargo, los estudiantes de la básica superior tienen conocimientos previos sobre funciones lineales y funciones cuadráticas pero de acuerdo a los resultados en las evaluaciones aplicadas en los últimos años por el Senecyt a los estudiantes de tercero de bachillerato de manera general, en lo que tiene que ver en cuanto al tema de dominio matemático, presentan resultados poco satisfactorios.

Métodos

Esta investigación se encuadró en un enfoque cuantitativo de tipo experimental, ya que se aplicó a un grupo de individuos (estudiantes), un determinado tratamiento (variable independiente - objeto de aprendizaje), para observar los efectos que se producen (variable dependiente - desarrollo de las habilidades numéricas).

El diseño elegido es cuasiexperimental, ya que los estudiantes no se asignan al azar a los grupos, sino que dichos grupos ya estaban constituidos antes del experimento (intactos) (Hernández et al., 2014). En este caso, grupos de estudiantes que cursan un grado en particular, para realizar una medición antes y después (Albarracín et al., 2020).

Este diseño trabaja con un grupo experimental, un grupo de control y con mediciones “antes” (pretest) y “después” (postest) en ambos grupos, Para esta investigación se escogieron dos grupos, uno experimental y otro de control. Luego se siguieron los siguientes pasos:

1) Se realizó, en ambos grupos, una medición “antes” (pretest) de la variable dependiente (el fenómeno o característica en cual se desea

apreciar el efecto de la variable independiente llamada también tratamiento o factor causal);

- 2) A continuación se aplicó a la variable la utilización didáctica de GeoGebra en el grupo designado como experimental;
- 3) Se hicieron mediciones “después (postest) en ambos grupos
- 4) Finalmente se hicieron comparaciones de las mediciones “después” de ambos grupos, tomando en cuenta los valores de las mediciones “antes” (Agudelo & Aignerren, 2008).

Se consideró como población a 1415 estudiantes de la Unidad Educativa “Santa Elena”, de los cuales se tomó una muestra de 76 estudiantes de segundo de Bachillerato General Unificado, según un muestreo no probabilístico, intencional a criterio del autor. Es importante mencionar que para este estudio se emplearon 12 periodos de clase de 40 minutos cada uno durante el transcurso de 3 semanas, de los cuales se utilizaron 2 periodos, uno para la aplicación del pretest y otro para el postest y 1 periodo que se trabajó de la siguiente forma: con el grupo de control se realizó una introducción a la trigonometría y con el grupo experimental una introducción para el manejo básico del software GeoGebra, con los 9 periodos restantes se trabajó con 3 periodos para la función seno, 3 periodos con la función coseno y 3 periodos con la función tangente, características y propiedades de cada una de funciones trigonométricas mencionadas.

Se emplearon las técnicas de pretest y postest y como instrumento el cuestionario para identificar los problemas y las dificultades que tienen los

estudiantes en el aprendizaje, de las funciones trigonométricas.

Resultados

Una vez obtenidos los resultados a partir del pretest se procedió a la tabulación de los mismos y posteriormente se realizó un gráfico donde se puede visualizar los aciertos de cada uno de los grupos. A partir de estos primeros resultados se puede evidenciar el diagnóstico con respecto al aprendizaje de las funciones trigonométricas. Seguidamente se procedió a la aplicación de la

estrategia didáctica como principal recurso el uso de GeoGebra al grupo experimental, mientras que con el grupo de control se procedió con la metodología aplicada hasta el momento, es decir varias clases utilizando solo la explicación del docente y las imágenes que se presentan en los libros sobre las funciones trigonométricas. A continuación, se aplicó el cuestionario de postest, se tabularon y graficaron dichos datos, además en el postest se procedió con la aplicación del análisis estadístico Z de la distribución normal para realizar una comparación entre sus medias.

Tabla 1 Resultados del pretest.

Indicadores	Grupo control		Grupo experimental	
	Sí	No	Sí	No
Reconoce y resuelve con apoyo de las TIC y aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizados con funciones trigonométricas	1	37	2	36
Identifica variables significativas presente y las relaciona entre ellas y juzga la validez y pertinencia de los resultados obtenidos.	3	35	5	33
Reconoce las funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, secante, cosecante y cotangente)	7	31	3	35
Reconoce las propiedades y las relaciones existentes entre las funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, secante, cosecante y cotangente)	5	33	5	33
Representa de manera gráfica las funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, secante, cosecante y cotangente con apoyo de las TIC (calculadora gráfica, software, applets).	6	32	4	34

Milton Javier González Tomalá, Ulbio Durán Pico, Enrique Verdecia Carballo

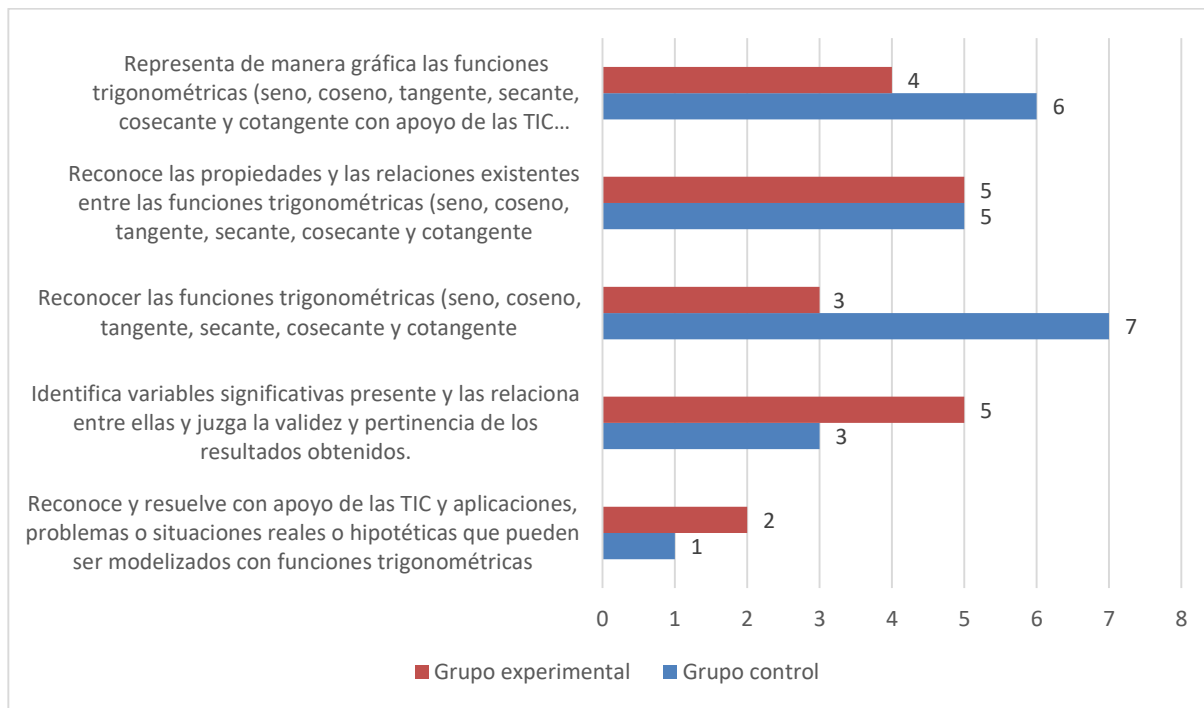


Figura 1. Resultados del pretest.

Tabla 2. Resultados del postest.

Indicadores	Grupo control		Grupo experimental	
	Sí	No	Sí	No
Reconoce y resuelve con apoyo de las TIC y aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizados con funciones trigonométricas	10	28	36	2
Identifica variables significativas presente y las relaciona entre ellas y juzga la validez y pertinencia de los resultados obtenidos.	13	25	30	8
Reconoce las funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, secante, cosecante y cotangente	17	21	35	3
Reconoce las propiedades y las relaciones existentes entre las funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, secante, cosecante y cotangente	15	23	32	6
Representa de manera gráfica las funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, secante, cosecante y cotangente con apoyo de las TIC (calculadora gráfica, software, applets).	10	28	38	0

Milton Javier González Tomalá, Ulbio Durán Pico, Enrique Verdecia Carballo

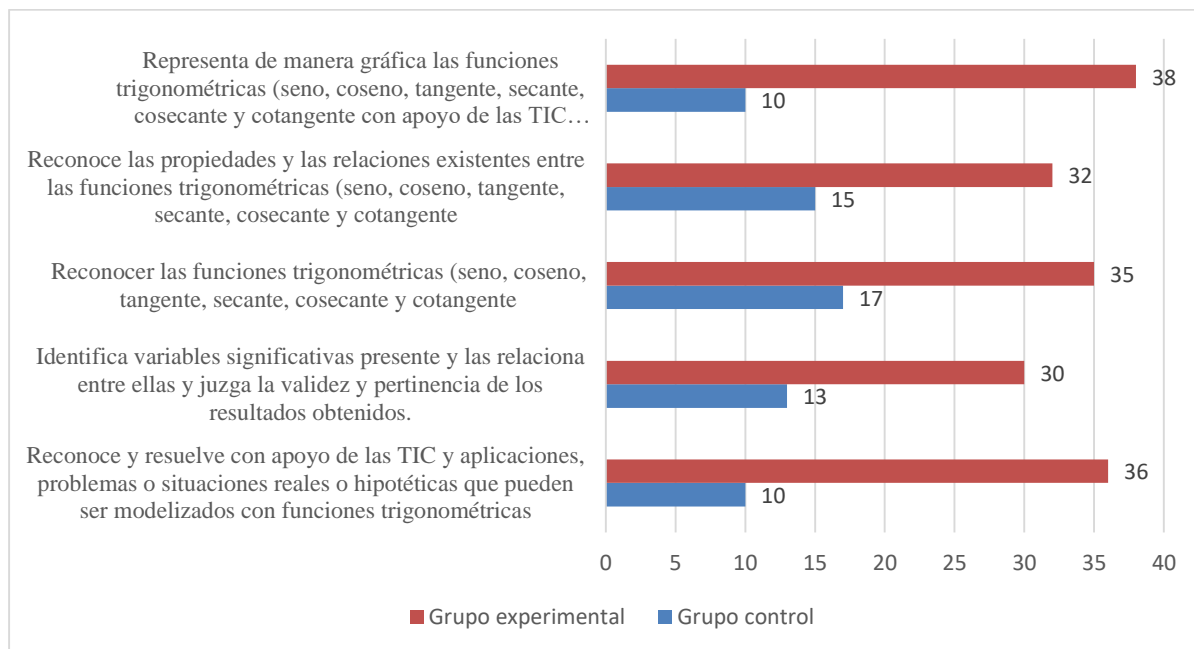


Figura 2. Resultados del postest.

Se procede a aplicar la distribución normal utilizando el estadístico Z para dos muestras independientes para ello se consideran las siguientes hipótesis de estudio.

La hipótesis nula establece que GeoGebra no influye en el aprendizaje, análisis e interpretación gráfica de las funciones trigonométricas.

La hipótesis alternativa establece que GeoGebra influye en el aprendizaje, análisis e interpretación gráfica de las funciones trigonométricas.

Hipótesis Nula: $H_0: \bar{x}_{control} = \bar{x}_{experimental}$
Considera que las medias de ambos grupos son

iguales, Hipótesis Alternativa: $H_1: \bar{x}_{control} \neq \bar{x}_{experimental}$ Considera que existe diferencia entre las medias de ambos grupos.

Con los datos obtenidos a través de la calculadora Casio fx-9860GII-SD mostrados en la siguiente tabla podemos apreciar que el valor de $Z_t < Z_c$ por lo tanto bajo este criterio se procede a rechazar la hipótesis nula y dar por aceptada la hipótesis alternativa con lo que puede reafirmar que GeoGebra influye de manera significativa en el aprendizaje, análisis e interpretación gráfica de las funciones trigonométricas.

Milton Javier González Tomalá, Ulbio Durán Pico, Enrique Verdecia Carballo

Tabla 3. Prueba Z para dos muestras.

	Variable 1 (Control)	Variable 2 (Experimental)
Media	6,62	8,42
σ	1	1
p		0
n	38	38
Z_c		7,86
Z_t		1,96
N. S. (Nivel de significancia)		0,05
N. A. (Nivel de aceptación)		0,95

Conclusiones

Como resultado de la aplicación del pretest y postest para conocer el nivel de aprendizaje significativo de funciones trigonométrica de los estudiantes de segundo de bachillerato, se evidencia un notorio aumento de aciertos en relación al pretest en la adquisición de indicadores referente al reconocimiento y resolución con apoyo de las TIC y aplicaciones, problemas o situaciones reales o hipotéticas que pueden ser modelizados con funciones trigonométricas, además de la identificación de variables significativas presente y su relación entre ellas juzgando la validez y pertinencia de los resultados obtenidos.

Se reconocen las funciones trigonométricas sus propiedades y las relaciones existentes, representando de manera gráfica con apoyo de las TIC (calculadora gráfica, software, applets). Además, se ratifican los resultados aplicando el estadístico Z de la distribución normal Z para realizar una comparación entre sus medias de esta manera se puede realizar una comparativa de un antes y un después del uso de GeoGebra.

Se concluye que el empleo de herramientas tales como GeoGebra facilitan el aprendizaje significativo del estudiante. Mediante la observación y la manipulación del software, el estudiante puede ser capaz entender el comportamiento de sus gráficas, pueda inferir conceptos como dominio, rango, los ceros, monotonía, desplazamientos y reflexiones con respecto a los ejes coordenados y a su vez puede comprobar que los resultados obtenidos mediante el proceso algebraico son los mismos que se reflejan con la aplicación de GeoGebra, logrando obtener aprendizajes significativos en los mismos.

GeoGebra permite que los estudiantes desarrollen habilidades de análisis e interpretación permitiendo aprovechar sus beneficios en el proceso de aprendizaje significativo de las funciones trigonométricas.

Referencias bibliográficas

Agudelo G., Aignerren, M. & Ruiz, J. (2021). Diseños de Investigación Experimental y No Experimental. *Universidad de Antioquia*.

Milton Javier González Tomalá, Ulbio Durán Pico, Enrique Verdecia Carballo

- <https://revistas.udea.edu.co/index.php/ceo/articulo/view/6545/5996>
- Albarracín-Villamizar, C. Z., Hernández-Suárez, C. A. & Prada-Núñez, R. (2020). Objetos de aprendizaje y desarrollo de habilidades del pensamiento numérico: Análisis mediante un diseño cuasiexperimental. *Aibi Revista De investigación, administración e ingeniería*, 8(3), 131-137. <https://revistas.udes.edu.co/aibi/article/download/2196/2187>
- Alcívar Castro, E., Zambrano Alcívar, K., Párraga Zambrano, L., Mendoza García, K., Zambrano Villegas, Y. (2019). Software educativo GeoGebra. propuesta de estrategia metodológica para mejorar el aprendizaje de las matemáticas. *Universidad Ciencia y Tecnología*, 23(95), 59-65. <https://uctunexpo.autanabooks.com/index.php/uct/article/download/247/423>
- Álvarez Melgarejo, C., Cordero Torres, J. D., González Bareño, J. G., & Sepúlveda Delgado, O. S. (2019). Software GeoGebra como herramienta en enseñanza y aprendizaje de la Geometría. *Educación y Ciencia*, (22), 387-402. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/7982109.pdf>
- Andrade, C. A., Alcívar, Y. G., Palma, L. M., & Ampuero, S. N. (2020). La superficialidad en la enseñanza de la trigonometría en el bachillerato y su incidencia en el aprendizaje del cálculo en el nivel universitario. *Revista de Ciencias Humanísticas y Sociales (ReHuSo)*, 5(2), 62-69. <https://www.redalyc.org/pdf/6731/673171025006.pdf>
- Apaclla Alfonso, J. & Paitan De la Cruz, L. (2018). *GeoGebra en la resolución de problemas de funciones trigonométricas en quinto grado de educación secundaria de la institución educativa "Santa Isabel" Antacocha – Huancavelica*. Tesis de Grado. Facultad de Educación, Universidad Nacional de Huancavilca, Perú. https://repositorio.unh.edu.pe/bitstream/handle/UNH/2198/TESIS-2018-MATEMATICA_%20APACCLLA%20y%20PAITAN.pdf?sequence=1
- Aray-Andrade, C., Guerrero-Alcívar, Y., Montenegro-Palma, L. & Navarrete Ampuero, S. (2020). La superficialidad en la enseñanza de la trigonometría en el bachillerato y su incidencia en el aprendizaje del cálculo en el nivel universitario. *ReHuSo: Revista de Ciencias Humanísticas y Sociales*, 5(2), 62. <https://doi.org/10.33936/rehuso.v5i2.2377>
- Armas A. M. (2019). Hacer fluir el aprendizaje. *International Journal of Developmental and Educational Psychology*, 2, núm. Esp.1. <https://www.redalyc.org/jatsRepo/3498/349860126029/html/index.html>
- Arteaga Valdés, E., Medina Mendieta, J. F. & del Sol Martínez, J. L. (2019). El GeoGebra: una herramienta tecnológica para aprender Matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática. *Conrado*, 15(70), 102-108. http://scielo.sld.cu/scielo.php?pid=S1990-86442019000500102&script=sci_arttext&tlng=pt
- Ausubel, D. P. (1968). *Educational Psychology: A Cognitive View*. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Ausubel, D. P., Novak, J. D. & Hanesian, H. (1978). *Educational Psychology: A Cognitive View*. 2nd ed. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- Avendaño, W. R. (2013). Un modelo pedagógico para la educación ambiental desde la perspectiva de la modificabilidad estructural cognitiva. *Revista Luna Azul*. (36), 110-133. <https://www.redalyc.org/pdf/3217/321728584009.pdf>
- Burbano-Pantoja, V. M. A., Valdivieso-Miranda, M. A. & Aldana-Bermúdez, E. (2017). Conocimiento base para la enseñanza: un marco aplicable

- en la didáctica de la probabilidad. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 7 (2), 269-285.
<https://doi.org/10.19053/20278306.v7.n2.2017.6070>
- Burbano-Pantoja, V. M. A., Valdivieso-Miranda, M. A. & Burbano, A. (2020). El conocimiento didáctico del contenido sobre probabilidad en profesores de matemáticas de la educación básica secundaria colombiana. *Revista Espacios*, 41 (37), 112-125.
<https://www.revistaespacios.com/a20v41n37/a20v41n37p09.pdf>
- Cabanes, F. L. & Colunga, S. S. (2017). La Matemática en el desarrollo cognitivo y metacognitivo del escolar primario. *EduSol*, 17 (60),
<https://www.redalyc.org/jatsRepo/4757/475753184015/html/index.html>
- Calva, M., Quijano, D. & Estrella, J. (2017). Enseñanza de Matemáticas con material Montessori a estudiantes de una primaria pública. En *Memorias del 2º Congreso de Investigación Sobre Educación Normal (CONISEN)*, Aguascalientes, México.
<http://www.antiguo.conisen.mx/memorias2018/memorias/2/P430.pdf>
- Carvajal, J. D. J. A., Reyes, C. A. P. & Aratoca, S. (2019) *Fortalecimiento del proceso de enseñanza y aprendizaje de las funciones trigonométricas utilizando el simulador GeoGebra en estudiantes de grado decimo* Tesis de Maestría. Universidad de Bucaramanga, Colombia.
<https://repositorio.udes.edu.co/server/api/core/bitstreams/01bac734-c999-4785-a65c-95458e0c7334/content>
- Chávez, C. & Pastor, P. (2013). *Aplicación del Software (MATLAB) en el Aprendizaje significativo de las Matemáticas en el área de la Trigonometría de los estudiantes del quinto grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa Señor de los Milagros de Puerto Maldonado–Madre de Dios–Perú*. Tesis de Grado. Universidad Nacional Amazónica de Madre de Dios, Perú.
<https://repositorio.unamad.edu.pe/bitstream/handle/20.500.14070/398/004-1-6-037.pdf?sequence=4&isAllowed=y>
- El Universo. (26 de Febrero de 2019). *Ecuador reprobó en Matemáticas en evaluación internacional*. Comunidad.
<https://www.eluniverso.com/guayaquil/2019/02/26/nota/7207946/matematicas-no-se-paso-prueba/>
- García, G. F.; Fonseca, G. G. & Concha, G. L. (2015). Aprendizaje y rendimiento académico en educación superior: un estudio comparado. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación*, 15 (3), 1-2.
<https://www.redalyc.org/pdf/447/44741347019.pdf>
- García, J. G., & Izquierdo, S. J. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad*, 4(7), 10-14.
<https://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/download/654/736>
- GeoGebra. (2019). *Acerca de GeoGebra*. Recuperado el 19 de febrero de 2023, de ¿Qué es GeoGebra?: <https://www.geogebra.org/about>
- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Huaman, M. & Llanos, Y. (2017). *Aplicación del Software educativo (CABRI 3D) en el Aprendizaje significativo de las Matemáticas, área de geometría de los estudiantes del tercer grado de nivel secundario de la institución educativa “Augusto Brounclé Acuña” de Puerto Maldonado–Madre de Dios–2014*. Universidad Nacional Amazónica de Madre de Dios, Perú.
<http://repositorio.unamad.edu.pe/handle/UNAMAD/235>

Milton Javier González Tomalá, Ulbio Durán Pico, Enrique Verdecia Carballo

- Leal Ramirez, S., Lezcano Rodriguez. L., Gilbert Benitez, E. (2021). Usos innovadores del software GeoGebra en la enseñanza de la matemática. *Revista Varona*, 72. <https://www.redalyc.org/journal/3606/360670798011/360670798011.pdf>
- Naranjo, J., Mercedes, L. & Puga, L. (2016). El pensamiento lógico-abstracto como sustento para potenciar los procesos cognitivos en la educación. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación*, 21, 31-55. https://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/14007/1/soph_n21_Jarramillo_Puga.pdf
- Natale, M. & Papini, M. (2019). *Producir geometría con GeoGebra. Una experiencia colaborativa en el nivel universitario*. Argentina: Actas V Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de La Plata. https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/trab_e_ventos/ev.11945/ev.11945.pdf
- Novak, J. D. (1998). *Learning, Creating, and Using Knowledge: Concept Maps as Facilitative Tools in Schools and Corporations*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Pabón, J., Nieto, Z. & Gómez, C. (2015). Modelación matemática y GEOGEBRA en el desarrollo de competencias en jóvenes investigadores. *Revista Logos, Ciencia y Tecnología*, 7(1), 65-70. <https://www.redalyc.org/pdf/5177/517751487008.pdf>
- Revelo-Rosero, J. E., Vinicio Lozano, E. & Bastidas Romo, P. (2019). La competencia digital docente y su impacto en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática. *Espirales Revista Multidisciplinaria de Investigación*, 3(28), 156-175. <https://www.academia.edu/download/83586672/pdf.pdf>
- Zubieta, J. (2019). *Tipificación de errores y dificultades en el desarrollo de las funciones trigonométricas de estudiantes de grado décimo*. <http://repositorio.pedagogica.edu.co/bitstream/handle/20.500.12209/9731/TE-22127.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Conflicto de intereses

Los autores declaran que no existe conflicto de intereses.

Contribución de los autores

Milton Javier González Tomalá: Conceptualización, curación de datos, análisis formal, redacción- revisión y edición, y aprobación de la versión final.

Ulbio Durán Pico: Interpretación y análisis formal, validación redacción- revisión y edición, y aprobación de la versión final.

Enrique Verdecia Carballo: Análisis formal, redacción- revisión y edición, y aprobación de la versión final.