

Alternativa metodológica para la estimación del tipo de cambio

Methodological alternative for estimating the exchange rate

Fátima María Dorado Corona.

Facultad de Economía. Universidad de La Habana. Cuba.

Correo: fatima.dorado@fec.uh.cu

María de la Victoria Solís Corvo.

Facultad de Economía. Universidad de La Habana. Cuba.

Correo: maria.solis@fec.uh.cu

Lázaro Peña Amat.

Banco Exterior de Cuba. La Habana, Cuba.

Correo: lazaro@bec.co.cu

RESUMEN

Los mercados financieros se caracterizan por la presencia de volatilidad, lo anterior, ha inducido al diseño y desarrollo por parte de investigadores, profesionales y reguladores de herramientas avanzadas que permitan anticiparse al comportamiento de indicadores financieros, como el tipo de cambio. En el presente artículo se propone una alternativa metodológica que tribute como herramienta de trabajo a las entidades financieras, para la anticipación del comportamiento de los tipos de cambio. Se parte del análisis estadístico matemático básico de las series temporales correspondientes al tipo de cambio; posteriormente, se emplea la metodología de econometría de series temporales de Box-Jenkins y los modelos Autorregresivos con Heterocedasticidad Condicional, se utiliza (para el análisis cuantitativo) el software econométrico EViews. El aporte del artículo está en demostrar que con la utilización de técnicas estadísticas-econométricas es posible construir un pronóstico confiable de los tipos de cambio que permita perfeccionar el trabajo que realizan las entidades financieras.

Palabras claves: heterocedasticidad, modelos autorregresivos, pronóstico, tipo de cambio, volatilidad.

Abstract

Financial markets are characterized by the presence of volatility, which has led to the design and development by researchers, professionals and regulators of advanced tools that predict the behavior of financial indicators, such as the type exchange. In this article, a methodological alternative is proposed that will pay financial institutions as a working tool to anticipate the behavior of exchange rates. It starts from the basic mathematical statistical analysis of the time series corresponding to the exchange rate; Subsequently, the Box-Jenkins time series econometric methodology and the Autoregressive models with Conditional Heteroskedasticity are used, the economic software EViews is used (for quantitative analysis). The report of the article is to demonstrate that with the use of statistical-economic techniques it is possible to construct a reliable forecast of the exchange rates that allow to perfect the work that financial institutions do.

Key words: *autoregressive models, exchange rate, forecast, heteroscedasticity, volatility.*

Códigos Jel: B20, B23, B4

Recibido: 21/01/2019

Aceptado: 19/07/2019

INTRODUCCIÓN

Las entidades financieras, desarrollan una amplia gama de funciones, sobresaliéndose, la de contraer y otorgar créditos en moneda nacional y divisas. Diariamente, al realizar sus transacciones, se enfrenta a la volatilidad que caracteriza a los mercados financieros, debiendo acudir a estos para canjear las monedas en que estén designadas sus obligaciones de pago con próximo vencimiento.

Los estudios referentes al comportamiento del tipo de cambio como variable básica de una economía es centro de numerosos estudios, teóricos y empíricos, con mayor fuerza desde marzo de 1973, luego del abandono del tipo de cambio fijo por parte de los Estados Unidos de América al régimen de tipos de cambio flexibles, caracterizándose desde entonces los mercados financieros por su alta volatilidad, entendiéndose esta como las altas y bajas (variaciones) de los precios de una moneda con respecto a otra. La modelación de la volatilidad en las series financieras es un campo de creciente investigación en Finanzas y Economía.

En la actualidad, las instituciones financieras cubanas, necesitan de un procedimiento para realizar anticipaciones sistemáticas del tipo de cambio, siendo esta, una herramienta útil en la toma de decisiones para sus operaciones diarias, permitiendo mejorar su posición en los créditos que otorgan o contraen en divisas, favoreciendo sus flujos de caja. La anticipación del comportamiento de los tipos de cambio se realiza a nivel internacional; comenzar a realizarse en Cuba es tarea inmediata para no negociar en desventaja.

Se aplican técnicas estadísticas -matemáticas-econométricas, tales como: análisis descriptivo de la serie, cálculo del coeficiente de variación, la modelación Box Jenkins, los modelos de Heterocedasticidad Condicional de la familia ARCH-GARCH, que permite modelar y capturar la volatilidad en series financieras.

Importancia y antecedentes de la estimación del tipo de cambio para el BEC

El interés de operar con ventaja y adelantarse a la evolución futura de los tipos de cambio en los mercados financieros, operaciones especulativas y coberturas, son las razones fundamentales que han incitado el estudio y desarrollo de métodos de predicción de los diferentes tipos de cambio.

Entre ellos, se encuentra: el análisis técnico que se remonta a finales del siglo XIX, con la teoría de Charles H. Dow. Los análisis gráficos, tendencias, cambios de tendencia o patrones de continuidad, permiten estudiar sus principios básicos. Otra herramienta que se utiliza en el pronóstico de los tipos de cambio, es el análisis fundamental, asentado en el comportamiento de las variables macroeconómicas. Una alternativa, más avanzada, es el análisis de series temporales haciendo uso de técnicas estadísticas-econométricas.

De manera general, se puede concluir que la anticipación del tipo de cambio, mediante el empleo de técnicas estadísticas-econométricas, promueve la proactividad de las instituciones financieras, posibilitando así, minimizar las pérdidas por concepto de riesgo cambiario, el cual cobra mayor interés debido a la panorámica actual de los mercados financieros.

La anticipación al comportamiento de los tipos de cambio, y su análisis dinámico, irá cobrando importancia en la medida que se desarrollen las actividades que se realizan en las entidades financieras. La banca cubana está en constante desarrollo y llegará el momento en que se introduzca en la cartera de servicios los instrumentos de coberturas de tipo de cambio.

El empleo de técnicas estadísticas-econométricas en la estimación del TC, tributa al cumplimiento del Lineamiento número 38 del VII Congreso del PCC, que plantea: “Consolidar los mecanismos de regulación y supervisión del sistema financiero en función de los riesgos crecientes de esta actividad en el actual entorno económico”. Así mismo, contribuye a la ejecución de la Instrucción No.1 del año 2018 referente al establecimiento de las normas sobre la gestión integral de riesgos.

Alternativa metodológica para la estimación de los tipos de cambio

Preparación de la información

El procedimiento que se propone tiene como punto de partida la preparación de los datos. Con relación a ello, es necesario establecer varias pautas, la primera es declarar la frecuencia con que se trabaja la información, en este caso, los datos son tomados diarios (cinco días a la semana), frecuencia con que se trabaja el tipo de cambio a nivel internacional.

Otro aspecto importante es la selección del período de tiempo utilizado con la intención de realizar el pronóstico. Para ello, se recomienda trabajar con una realización del proceso estocástico, considerándose una muestra grande.

Antes de iniciar el procedimiento se recomienda aplicar logaritmo a la serie, con el objetivo de contraer la escala y su variabilidad. Lo anterior es sugerido en el trabajo de las series económicas, fundamentalmente en el caso de las series de tipo financieras, debido a que presentan elevada volatilidad.

Análisis estadístico descriptivo

Una vez definido el período de tiempo, se hace necesario realizar una breve caracterización de la serie desde el punto de vista descriptivo. Para un primer acercamiento a la serie, se construye un gráfico de línea a nivel de la misma, el cual es una representación visual del comportamiento de la serie en el tiempo, refleja si existe tendencia, los movimientos de altas y bajas, la dispersión, o sea, la volatilidad; movimientos que deben ser analizados, con el objetivo de conocer si los shocks son de carácter ocasional o de larga permanencia en el tiempo.

Luego se realiza un análisis de medidas resumen: la Media Aritmética, que describe la tendencia central de los datos, viéndose afectado cuando la serie presenta mucha dispersión debido a los valores extremos. Otro indicador es la Desviación Estándar o Típica, la cual cuantifica la dispersión de los datos alrededor de la media, se obtiene calculando la raíz cuadrada de la varianza y tiene como ventaja que su valor se expresa en la misma unidad de medida con que se trabaje la información.

El Coeficiente de Variación, es una medida relativa que refleja la dispersión de los datos alrededor de la media, su resultado puede ser expresado en por ciento, lo que facilita su interpretación. Tiene ventaja de calcular la volatilidad descriptiva en la serie y de poder comparar su resultado con otras series que no presenten la misma unidad de medida.

Otros estadísticos que describen el comportamiento de la serie son: el valor máximo; medidas de tendencia central como: la moda: valor que más se repite y la mediana, que es el valor central de los datos previamente ordenados; la asimetría, la cual caracteriza la curva siendo normal

acampanada cuando toma valor cero, si toma valor positivo, se dice que es normal deformada a la derecha, mientras que si es negativa es normal deformada a la izquierda; la curtosis refleja el apuntamiento de la curva (en series financieras se refleja concentración de la volatilidad con caída hacia ambas colas); el estadístico Jarque- Bera y la probabilidad asociada al mismo, refleja si la serie sigue o no una distribución normal; también se puede construir un histograma de la serie, que refleja gráficamente si esta se aproxima a una distribución normal.

Modelación Box-Jenkins

Los modelos Box-Jenkins, son uno de los más empleados en el análisis de series temporales. El método comenzó a desarrollarse a principios de los años 70 del siglo XX por George E.P. Box, profesor de Estadística de la Universidad Wisconsin y por Gwilym M. Jenkins, catedrático de Ingeniería de Sistemas de la Universidad de Lancaster. Estos modelos también se conocen como modelos ARIMA, las siglas de Modelos Autorregresivos Integrados de Medias Móviles.

El método propuesto por Box-Jenkins, consiste en proponer un modelo ARIMA válido que describa lo real, de la manera más parsimoniosa posible, y construir el pronóstico de una variable Y_t de un proceso estocástico en función de su propio pasado.

Los modelos Box-Jenkins (1994) contienen un componente autorregresivo: AR(p) en el que la variable dependiente está en función de si misma rezagada, y de un componente de media móvil MA (q) el cual depende de las perturbaciones del pasado. En consecuencia, la trayectoria de la serie puede estar explicada por el efecto conjugado de ambos componentes o solamente por uno de ellos.

Los modelos de series de tiempo que se analizan por esta metodología se basan en el supuesto de que las series son débilmente estacionarias, ya que su incumplimiento invalida los procesos inferenciales, por tal razón, la verificación de la estacionariedad de los datos constituye el punto de partida.

El supuesto de estacionariedad implica la estabilidad de la media, la varianza y la estructura de covarianzas a lo largo del tiempo. Un proceso es estacionario si para todo t, se cumple:

- 1). $\mu_t = \mu = \text{constante}$;
- 2). $\sigma_t^2 = \sigma^2 = \text{constante}$;
- y 3). $\gamma(t,t-k) = \gamma_k \quad k= 0,+1,+2,\dots$

En la metodología ARIMA, además de la estacionariedad, se debe cumplir la ergodicidad que expresa que el presente depende de forma convergente de su propio pasado, lo cual implica que la influencia de una variable anterior, Y_{t-k} , en Y_t , va disminuyendo a medida que aumenta la distancia temporal, k , entre las variables. Lo que se necesita es que los valores del proceso lo suficientemente lejanos en el tiempo no estén correlacionados, de manera que, al promediarse una serie a lo largo del tiempo, se añada continuamente información nueva y útil a la media, lo que implica que la media temporal sea un estimador insesgado y consistente de la media poblacional. Una condición necesaria, pero no suficiente, en el cumplimiento de la ergodicidad es que $\gamma_k \rightarrow 0$ rápidamente, cuando k aumenta (Pulido, 2005).

Una herramienta fundamental para analizar la estacionariedad de una serie de tiempo, es la construcción del correlograma, y de cumplirse la misma, permite identificar los modelos posibles a construir. En el correlograma se reflejan las funciones de: autocorrelación simple AC y autocorrelación parcial PAC.

La función de autocorrelación, mide la relación de una variable con respecto a ella misma en el tiempo, determina el orden de los modelos de media móvil MA(q), toma valores entre -1 y 1 y viene dada por la expresión:

$$r_{st} = \frac{Cov(y_t, y_{t-k})}{\sqrt{V(y_t)V(y_{t-k})}} = \frac{Cov(y_t, y_{t-k})}{V(y_t)} \quad \forall s \neq t$$

Por su parte, la función de autocorrelación parcial produce un patrón que es complementario al de la función de AC, (Pulido, 2005) “la herramienta que complementa, a efectos de análisis de series, a la función de autocorrelación, es la función de autocorrelación parcial”, donde el coeficiente de autocorrelación parcial mide la aportación que a las variaciones de una variable tiene otra en particular, aislando los efectos de las posibles restantes variables explicativas o, considerando las mismas como constantes. La PAC determina el orden de los modelos AR(p), toma valores entre -1 y 1 y viene dada por:

$$y_t = \phi_{10} + \phi_{y_{t-1}}^{11} + \mu_{1t} \phi_{22}$$

$$y_t = \phi_{20} + \phi_{y_{t-1}}^{21} + y_{t-2} + \mu_{2t}$$

$$y_t = \phi_{k0} + \phi_{k1}y_{t-1} + \dots + \phi_{kk}y_{t-k} + \mu_{kt}$$

Este proceso es iterativo, hasta encontrar un modelo válido. De cumplirse la estacionariedad, se identifica el modelo. La metodología Box-Jenkins univariada, analiza el comportamiento de una variable en el pasado para hacer inferencias del futuro. Se tienen las tres fases siguientes:

- I. Identificación del modelo: en esta etapa se comprueba el cumplimiento del supuesto de estacionariedad.
- II. Estimación y validación del modelo: una vez identificado el mejor modelo es estimado de forma tal que los valores estimados capturen el patrón seguido por los datos actuales, para ello.
- III. Pronóstico: el modelo final se utiliza para pronosticar de manera puntual la serie de tiempo y desarrollar una estimación por intervalos de confianza, estableciéndose el nivel de confiabilidad del 95%, siendo este el frecuentemente utilizado.

En cuanto a la nomenclatura, se tiene, que un modelo AR(p) está representado por la ecuación:

$$y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Dónde: ϕ : representa los parámetros del modelo

δ : es un término constante que está relacionado con la tendencia de la serie.

ε_t : error aleatorio o ruido blanco.

p: retardos.

Y_t : la serie original a nivel.

Por su parte, el componente de media móvil MA(q) se determina por la ecuación:

$$Y_t = \delta - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} + v_t$$

Dónde: δ : es la media alrededor de la cual la serie fluctúa

θ : son los parámetros de media móvil o los coeficientes de ponderación

ε_{t-q} : son los términos de error o ruido blanco.

q: es el orden del modelo y se refiere al número de períodos retardados.

v_t : error aleatorio de la ecuación.

En conclusión, un modelo ARIMA(p;d;q), es una combinación de un proceso autorregresivo de orden p y de media móvil de orden q, diferenciado d veces; pudiéndose representar para la primera diferencia de la forma siguiente:

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1} = \delta + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} + v_t$$

Para que un modelo ARIMA sea estacionario, deberá serlo el componente autorregresivo (AR), dado que los procesos de medias móviles por naturaleza cumplen el supuesto de estacionariedad.

Se hace necesario resaltar que para trabajar con la metodología ARIMA, se debe tener una serie estacionaria o en su defecto su transformación diferenciada. Lo anterior, es un paso imprescindible, dado que el objetivo de la metodología es identificar y estimar un modelo econométrico que pueda ser interpretado como el proceso generador de la información muestral. Si el modelo, se utiliza con fines predictivos, debe suponerse que sus características son constantes en el tiempo, fundamentalmente en períodos posteriores. En consecuencia, todo modelo inferido a partir de la información levantada, requiere del cumplimiento de la estacionariedad, con lo cual asegura la estabilidad de los datos, posibilitando de este modo una base válida para la predicción.

La modelación Box-Jenkins se aplica por expertos debido a su efectividad con fines predictivos, siendo las predicciones más confiables que las obtenidas de modelos de regresión tradicionales, a lo anterior se le adiciona, que la estimación de modelos de la familia ARIMA son la base de modelos más avanzados que capturan y modelan la volatilidad (ARCH).

La justificación de estos últimos, se centra en regularidades empíricas que se observan en las series financieras, especialmente en las tasas de cambio que se caracterizan por presentar oscilaciones de frecuencias altas y bajas, reflejándose exceso de curtosis (las series son leptocúrtica), heterocedasticidad en el período (volatilidad) y autocorrelación de sus cuadrados.

Modelos de la familia ARCH/GARCH

Inicialmente, es necesario aplicar una prueba de hipótesis que permita verificar si es significativa la existencia de efectos ARCH (Anexo 4).

De manera general, las series financieras, se expresan sobre la generación de expectativas en función de los hechos que tuvieron lugar en el pasado. Con frecuencia, se relaciona la estabilidad o inestabilidad existente en los mercados financieros con su comportamiento inmediato anterior. La evolución tranquila en el mercado está antecedida de un cambio brusco en el mismo. En situaciones como estas, el comportamiento en el momento actual responde a una expectativa generada sobre el valor de cambio que se produce en el momento precedente; o sea, a un valor esperado condicionado por la varianza del período anterior.

Con el propósito de corregir las limitantes de métodos anteriores que asumían la volatilidad constante, Engle (1982), propone un modelo que expresa una varianza condicional como función lineal del cuadrado de los valores pasados del modelo; este modelo es conocido como el modelo Autorregresivo Condicional Heterocedástico (ARCH). Por su parte, el modelo GARCH es introducido por Tim Bollerslev en 1986, dando nombre a la ampliación de los modelos ARCH, generalizando el componente puramente autorregresivo, el avance de estos modelos, se encuentra en la posibilidad de estimar las ponderaciones mediante datos históricos a pesar de que la volatilidad verdadera no se hubiese observado (Engle, 2004), permitiendo al mismo tiempo capturarla.

La creación de un modelo dinámico explícito para la volatilidad presenta muchas ventajas entre ellas:

- Los parámetros óptimos se pueden estimar por máxima verosimilitud.
- Posibilitan la aplicación de contrastes de adecuación y precisión del modelo de volatilidad para comprobar la validez del procedimiento.
- Sobre la base de los parámetros estimados, se pueden construir predicciones para dentro de uno o varios períodos hacia adelante.
- Las distribuciones no condicionadas pueden ser expresadas matemáticamente siendo generalmente realistas.
- Al insertar variables adecuadas en el modelo, es posible contrastar modelos económicos que tratan de determinar las causas de la volatilidad.
- La incorporación de variables endógenas y de ecuaciones adicionales permite contrastar modelos sobre las consecuencias de la volatilidad.

El éxito de los modelos ARCH y sus generalizaciones, se le atribuye en gran medida a las aplicaciones que éstos tienen en la esfera de las finanzas. Aunque este grupo de modelos pueden ser aplicados a problemas estadísticos con series temporales, adquieren un valor especial cuando se aplican a series temporales financieras. Gran parte de ello es debido a la importancia del riesgo y rendimiento en los mercados financieros, y a su vez a tres características presentes en los rendimientos financieros de los activos con riesgo. Según (Engle, 1982). “Los rendimientos son prácticamente impredecibles, tienen, sorprendentemente, una gran cantidad de valores extremos, y tanto los periodos de más agitación como los más tranquilos están agrupados en el tiempo. Estas características a menudo se describen como impredecibilidad, colas gordas (exceso de curtosis) y agrupamiento de la volatilidad”. Un buen modelo para la volatilidad de los retornos debe tener como característica la concentración de la volatilidad. La volatilidad tiene tendencia a reflejarse agrupada por períodos, el agrupamiento corresponde al agrupamiento de la llegada de información. A grandes cambios en la volatilidad siguen cambios grandes (Engle y Patton, 2001); a pequeños cambios, siguen pequeños cambios de volatilidad. A esta característica se debe, el hecho de que los shocks de hoy influyen en el valor esperado de la volatilidad varios períodos en el futuro.

Se puede afirmar que las series, de tipos de cambio, presentan la característica que autores como Engle (1982), Bollerslev (1986) y Nelson (1991) entre otros, establecen como típicas de las series financieras; entre ellas se encuentran:

- Las series contienen volatilidad, períodos de altas y bajas.
- La volatilidad se observa a través del incremento de las “buenas noticias”, siendo $U_t > 0$ (más alto de lo esperado), y las “malas noticias” se reflejan con $U_t < 0$ (menor de lo esperado).
- Persistencia en volatilidad, los efectos de un shock tardan un tiempo en desaparecer.
- Agrupamiento de la volatilidad sobre intervalos de tiempo, lo que se ve reflejado en funciones de autocorrelación simple significativas para los cuadrados de las variables.
- La distribución de la serie presenta en su histograma colas más anchas en los extremos y más apuntadas que la distribución normal, lo cual se refleja en el valor de la curtosis ($K > 3$). La distribución de los rendimientos es leptocúrtica.

- Ausencia de estructura regular dinámica en los residuos, lo que se refleja en estadísticos Ljung-Box generalmente no significativos.
- Generalmente se pueden modelar mediante un proceso: ARI(p;d) o IMA(d;q).

La aleatoriedad o incertidumbre relacionada con los diferentes períodos varía ampliamente a través del tiempo. Los errores grandes y pequeños tienden a agruparse en períodos de tiempo consecutivos. Este comportamiento es el que sugiere el uso del modelo ARCH, que predice la varianza considerando el comportamiento de los errores pasados.

El proceso ARCH(q) viene definido por las expresiones:

$$y_t = \varepsilon_t \sigma_t$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q a_i y_{t-i}^2$$

Uno de los aportes más importantes de los modelos ARCH, es mostrar que las variaciones que se producen en la volatilidad de las series temporales financieras, pueden explicarse mediante una determinada forma de dependencia no lineal; permite predecir los cambios en la volatilidad.

Es necesario incluir un alto número de retardos en la especificación ARCH. Con el objetivo de evitar que el elevado número de coeficientes en términos autorregresivos, provoque pérdidas de precisión en su estimación, se propone una parametrización alternativa, restringida, dependiente de un número reducido de parámetros. Se podría pensar que la formulación correcta para la generación de los errores debe incluir a la varianza con retardos. El modelo GARCH flexibiliza estas restricciones.

Tiene gran similitud la extensión de los procesos autorregresivos (AR), hacia los de medias móviles integrado, ARIMA, que permiten una representación parsimoniosa de la volatilidad con la generalización del modelo ARCH al modelo GARCH.

El modelo GARCH (Modelos Generalizados Autorregresivos con Heterocedasticidad Condicional), mejora la especificación original del modelo ARCH añadiendo varianza

condicional rezagada, la cual actúa como un término suavizador, evitando dificultades al permitir que las volatilidades pasadas impacten en la volatilidad actual.

El modelo GARCH (p,q) se podría escribir mediante las expresiones:

$$y_t = \varepsilon_t \sigma_t$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i y_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

(de Arce, 2000) “La clave de estos modelos, está en tomar en cuenta la información pasada de la variable y su volatilidad observada como factor altamente explicativo de su comportamiento presente, y, por lo tanto, su futuro predecible”.

Desde una perspectiva estadística, la conclusión anterior, se refleja en la esperanza condicional (conocida y fija la información hasta el momento inmediatamente anterior) del cuadrado de una variable (la expresión de su varianza si su media es nula).

En aplicaciones a series financieras, de modelos GARCH (1,1), es casi general, la obtención de un valor estimado próximo a uno, especialmente, si la frecuencia de observación es alta. Los trabajos presentados por Engle (1982) y Bollerslev (1986) con series temporales de tipos de cambio, son ejemplo de lo anterior, ya que se encuentran siempre valores superiores a 0.9, teniendo en cuenta la forma de la función de autocorrelación de un valor de: $\alpha_1 + \beta_1$ próximo a uno, lo que indica que la función de autocorrelación apenas decrece, reflejando que los cambios en la varianza condicional son relativamente lentos y, por tanto, los cambios bruscos (shocks) en la volatilidad persisten. Esta propiedad de los modelos GARCH (1;1) es interesante, debido a que refleja una de las características propias de las series financieras: hay presencia de correlación de los cuadrados en la serie, aunque la serie original está incorrelacionada; además, las correlaciones iniciales, decrecen lentamente, mostrando valores significativamente diferentes de cero, aún en el caso de retardos altos.

Al imponerse la condición: $\alpha_1 + \beta_1 = 1$, surge un nuevo modelo, GARCH integrado o IGARCH por sus siglas en inglés (Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic). El

desarrollo seminal, de este tipo de modelo se debe a Engle y Bollerslev (1986), quedando definido por la expresión:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_{t-1}^2 + \alpha_1(e_{t-1}^2 - \sigma_{t-1}^2)$$

(de Arce, 2000) “El propósito de esta variante de los modelos ARCH(q) y GARCH (p;q) es la estimación de la varianza en el caso de que esta esté integrada en varianza”. Obteniéndose como resultado una estimación de máxima-verosimilitud a partir de una distribución “t” de Student de la cual no se conocen los grados de libertad, razón por la que se estiman.

Los modelos IGARCH, son un caso particular dentro de la familia de “modelos con varianza persistente” en los que la información en el momento “t” (momento actual) es importante para realizar predicciones óptimas a cualquier horizonte temporal.

Los modelos GARCH, según Nelson (1991), presentan limitaciones como:

- Las condiciones impuestas sobre los parámetros para asegurar que σ_t^2 no sea negativo son violadas en algunas aplicaciones empíricas.
- El modelo GARCH es incapaz de modelizar una respuesta asimétrica de la volatilidad ante las subidas y bajadas de la serie.

Producto de estas acotaciones, el autor Nelson (1991), propone un nuevo modelo GARCH exponencial o EGARCH.

El modelo EGARCH tiene la virtud de modelar el componente asimétrico de la varianza que depende del tiempo, garantiza la no negatividad de la varianza condicional, formulando la ecuación de la volatilidad en términos de logaritmo de σ_t^2 , mediante la expresión:

$$\ln(\sigma_t^2) = w + \sum_{j=1}^p \varphi_j \ln(\sigma_{t-j}^2) + g(\varepsilon_{t-1}) + \sum_{i=1}^r \Psi_i g(\varepsilon_{t-i-1})$$

Mediante la función $g(\varepsilon_t) = \lambda_1 \varepsilon_t + \lambda_2 (|\varepsilon_t| - E|\varepsilon_t|)$, que depende del signo y de la magnitud del modelo EGARCH, et puede capturar una respuesta asimétrica de la volatilidad ante innovaciones de distinto signo, permitiendo así modelizar un efecto contrastado empíricamente

en muchas series financieras: las malas noticias: $u_t < 0$ provocan mayor aumento de la volatilidad que las buenas noticias: $u_t > 0$. Las perturbaciones o errores aleatorios $g(\epsilon_t)$ son variables independientes e idénticamente distribuidas con media cero y varianza constante, por lo tanto, la representación lineal anterior, puede ser considerada como una representación ARMA para la serie $\ln(\sigma_t^2)$.

El modelo EGARCH se diferencia del modelo GARCH en: (Amate, 2018) “Los parámetros que aparecen en el modelo ya no tienen que ser positivos, dando más libertad a sus estimaciones”.

El modelo EGARCH permite afectar a la volatilidad de diferentes maneras, debido al impacto de las noticias buenas o malas (shocks). Se observa en la ecuación de estimación que el miembro izquierdo es el logaritmo de la varianza condicional, lo cual implica que el efecto apalancamiento más que cuadrático, es exponencial. Es muy frecuente, que en series financieras los datos contengan observaciones atípicas y es importante identificarlas porque influyen en la estimación. Las observaciones que están suficientemente alejadas del resto, se denominan puntos palancas, tienen la particularidad de alterar totalmente la curva de regresión.

El modelo EGARCH, no es el único modelo existente para modelar efectos asimétricos, otro de estos modelos es el propuesto por Zakoian (1994), se conoce como modelo GARCH por umbrales (TGARCH), por sus siglas en inglés (Threshold Heteroskedastic Autoregressive Models).

Estos modelos dependen de un umbral (threshold) empleado para clasificar impactos pasados y se define su reacción. Este modelo fue introducido por primera vez por Glosten, Jagannathan y Runkle (1993) quienes consideraron una especificación para la varianza condicional, según la expresión:

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \mu_{t-1}^2 + \gamma \mu_{t-1}^2 d_{t-1} + \beta \sigma_{t-1}^2$$

Donde se representa para analizar la volatilidad:

d_{t-1} : Variable dummy con valor 1 si $U_{t-1} < 0$, representa malas noticias

d_{t-1} : Variable dummy con valor 0 si $U_{t-1} > 0$, representa buenas noticias

Las buenas y malas noticias impactan en la volatilidad, reflejándose en el modelo de estimación de varianzas: α y γ respectivamente. El parámetro β es el efecto de las varianzas rezagadas en el período.

De acuerdo con este modelo, los valores negativos de los residuos de la regresión se explican como malas noticias, mientras que los valores positivos son significado de buenas noticias. Si la innovación es negativa el umbral está encendido, por lo que el efecto sobre la varianza condicional es mayor su contribución. En cambio, si la innovación es positiva el umbral está apagado y no hay contribución a la varianza condicional.

Este modelo incluye un caso particular al modelo GARCH (1,1) cuando $\gamma = 0$. En cambio, cuando $\gamma \neq 0$ el modelo explica posibles asimetrías en la varianza de y_t , γ mide el peso que tienen las malas noticias, si es cero no hay efecto asimétrico, este punto es vital para decidir si un modelo pertenece a esta familia, puesto que se hace la estimación y se procede a realizar la prueba de hipótesis $\gamma = 0$, utilizando el estadístico “t” de Student (Argáez et al. 2014).

La varianza condicional es afectada por las buenas noticias con un impacto de magnitud α , mientras que eventos negativos tendrán un impacto que pesa: γ . Si $\gamma > 0$, existe efecto “apalancamiento”, o sea, el impacto de noticias será asimétrico.

Otro modelo que incorpora la asimetría de la distribución de los rendimientos, es el modelo GARCH potencia o PGARCH, por sus siglas en inglés; el mismo es propuesto por Ding (1993).

El modelo PGARCH no modela la varianza como los modelos GARCH tradicionales, sino, que modela una potencia de la desviación estándar. Para considerar la asimetría, en estos modelos, se tienen en cuenta parámetros adicionales, de manera opcional. El modelo PGARCH general viene dada por la expresión:

$$\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^\delta + \sum_{i=1}^q \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta$$

Los parámetros α_i y β_j poseen las mismas características que los modelos ARCH y GARCH estándares γ_i son los parámetros de apalancamiento y δ es el parámetro para el término de potencia.

La propuesta seminal de Ding se centra en admitir una modelización de la desviación típica, elevada no necesariamente a dos, lo que significa, que no se impone la modelización de la varianza como un proceso condicional autorregresivo, sino una potencia de la desviación típica (de Arce, 2000).

Posteriormente, a la estimación de los modelos de la familia ARCH-GARCH, se selecciona el que mejor ajuste de datos presente, tomándose en cuenta los criterios de información Akaike, Schwarz y Hannan Quinn. Con el modelo seleccionado, se pronostica la serie puntual y por intervalos al 95% de confiabilidad, y se interpretan los resultados.

Conclusiones

- La aplicación de la metodología propuesta, en la proyección del tipo de cambio, permitirá que las instituciones financieras cubanas cuenten con una herramienta más precisa y útil en el proceso de toma de decisiones.
- Se realiza una propuesta metodológica para la estimación de los tipos de cambio (puede ser empleada a cualquier serie financiera), que se conforma por los siguientes pasos: caracterización de la serie; aplicación de técnicas estadísticas-matemáticas-econométricas: análisis del coeficiente de variación, estimación del tipo de cambio puntual y por intervalos al 95% de confiabilidad.
- Se emplea la modelación Box-Jenkins, en la búsqueda del modelo que mejor ajuste los datos, este es la base de los modelos ARCH-GARCH.
- Debido a la presencia de clúster de volatilidad, característico de las series financieras, es necesario la aplicación de los modelos de la familia ARCH/GARCH, que la capturan y modelan.

Anexos

Anexo 1: Verificación de Ruido Blanco - Prueba de Q-Ljung-Box

Hipótesis:

H_0 : $\rho = 1$ Se cumple el supuesto de ruido blanco

H₁ : ρ ≠ 1 No se cumple el supuesto de ruido blanco

El estadístico de prueba:

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^m \frac{r_k^2}{n-k} \quad \text{Bajo el supuesto de que } H_0 : \rho_k = 0, Q \rightarrow \chi^2(m)$$

Donde:

m = número de autocorrelaciones (generalmente n/4) $om = \min(n/2, 3\sqrt{n})$

k = número de parámetros de la ecuación de regresión

$$Q_{\text{calc.}} = n(n+2) \sum r_k^2 / n - k \sim \chi^2(n - k)$$

Región de Rechazo: $w: \{Q\text{-calc.} > \chi^2(n - k)\}$ o $w: \{\text{Prob}(Q\text{-calc.}) < \alpha\}$

Anexo 2: Supuesto de normalidad: Prueba de hipótesis Jarque-Bera (J-B)

Se verifica el supuesto a través de Jarque-Bera.

H₀: U_i → Normal (μ, σ)

H₁: U_i → No sigue una Normal

$$\text{Estadístico de prueba: } J - B = \frac{n-k}{6} \left(S^2 + \frac{1}{4}(K - 3)^2 \right) \rightarrow \chi^2_{(2)}$$

Donde:

n = número de observaciones

k = número de parámetros en el modelo

S = Asimetría K = Curtosis

Región de Rechazo: $W : \{JB > \chi^2_{1-\alpha}(2)\}$ o $W : \{P(JB) < \alpha\}$

Anexo 3: Prueba de White

H₀: Todos los δ_j = 0 (Se cumple el supuesto de homocedasticidad)

H₁: Algún δ_j ≠ 0 (No se cumple el supuesto de homocedasticidad)

Regresión auxiliar con términos cruzados (asumiendo tres variables independientes):

$$\hat{u}^2 = \delta_0 + \delta_1 x_1 + \delta_2 x_2 + \delta_3 x_3 + \delta_4 x_1^2 + \delta_5 x_2^2 + \delta_6 x_3^2 + \delta_7 x_1 x_2 + \delta_8 x_1 x_3 + \delta_9 x_2 x_3 + v$$

Regresión auxiliar sin términos cruzados (asumiendo tres variables independientes):

$$\hat{u}^2 = \delta_0 + \delta_1 x_1 + \delta_2 x_2 + \delta_3 x_3 + \delta_4 x_1^2 + \delta_5 x_2^2 + \delta_6 x_3^2 + v$$

Estadístico de prueba:

$$x_M^2 = n * R_{\hat{u}}^2$$

Región de Rechazo: $W : \{ \chi_M^2 > \chi_{1-\alpha}^{2(k-1)} \}$ o $W : \{ P(\chi^2) < \alpha \}$

Donde $k-1$ = número de coeficientes en la regresión auxiliar menos el intercepto

Anexo 4: Prueba de hipótesis de efectos ARCH

La prueba de efectos ARCH (Engle, 1982), plantea:

H₀: No hay efectos ARCH: $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_q$

H₁: Al menos un α_i diferente de cero (si hay efectos ARCH)

Estadístico de prueba: $LM = T * R^2 \rightarrow \chi_q^2$ siendo q = número de coeficientes

Regresión auxiliar: $\hat{u}_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{u}_{t-1}^2 + \alpha_2 \hat{u}_{t-2}^2 + \alpha_3 \hat{u}_{t-3}^2 + \dots + \alpha_q \hat{u}_{t-q}^2 + v_t$

R^2 : Coeficiente de Determinación de la regresión auxiliar

T : número de observaciones

Bibliografía

Amante, K. (2018). “Modelos ARCH y GARCH: Aplicación a series financieras” (Tesis de Postgrado). Departamento de Matemáticas e Informática, Universidad de Barcelona, España.

Andersen, T. G. y T. Bollerslev. (1998). “Answering the skeptics: Yes, standard volatility models do provide accurate forecasts”. Revista Económica Internacional, Vol.34 (No. 4).

Argáez, J. y otros (2014). “Un paseo por el modelo GARCH y sus variantes” (Trabajo Investigativo). Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Yucatán, México.

Ariño, M. A. (2006). “Estudio de la tasa de cambio dólar-euro” (Documento de investigación 620). IESE Business School-Universidad de Navarra, Barcelona, España.

Ávila, J. C. (2005). “Medición y control de riesgos financieros en empresas del sector real” (Tesis Doctoral). Universidad Javeriana, Colombia.

Aznar, A. y F. J. Trivez. (1993). “Métodos de Predicción en Economía II. Análisis de series Temporales”. Barcelona, España: Editorial Ariel Economía.

Bello, M. A. (2017). “Riesgo de Mercado: Metodologías para el Cálculo del valor en Riesgo (VaR)”. Taller práctico. En: <http://www.software-shop.com/formacion/politicas>.

Benito, F. y otros. (2002). “Modelización de la volatilidad del tipo de interés a corto plazo”. Alicante, España: Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, S.A.

Bollerslev, T. (1986). “Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity”. Journal of Econometrics, Vol.31 (No.3).

- Bollerslev, T. y otros. (1992). "Arch Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence". *Diario de la Econometría*, Vol.52 (No.1-2).
- Bollerslev, T., R. Engle y D.B. Nelson. (1994). "ARCH Models". *Handbook of Econometrics*, Vol.4.
- Bustamante, R. (2015). "Características estilizadas de los ciclos económicos de la economía peruana: 1980-2014". *Universidad Nacional Mayor de San Marcos*, Vol.2 (No.1).
- Carnero, M. A. (2003). "Heterocedasticidad condicional, atípicos y cambios de nivel en series temporales financieras" (Tesis de Pregrado). *Universidad Carlos III de Madrid, España*.
- Colectivo de Autores. (2010). "Economía Internacional II". *La Habana, Cuba: Editorial Félix Varela*.
- de Arce, R. (2000). "Modelización ARCH. Estimación de la volatilidad de IBEX-35" (Tesis Doctoral). *Universidad Autónoma de Madrid, España*.
- de Arce, R. (2002). "Introducción a los modelos autorregresivos con heterocedasticidad condicional (ARCH)" (Documento de trabajo). *Instituto LR Klein, España*.
- del Barrio, A. (2017). "Operaciones financieras de cobertura de riesgos" (Tesis de Postgrado). *Universidad de Valladolid, España*.
- Dorado, F. (2019). "Diseño de una propuesta metodológica para el cálculo del valor en riesgo (VaR) asociado al tipo de cambio EUR/USD" (Tesis de Licenciatura). *Universidad de La Habana, Cuba*.
- Enders, W. (1995). "Applied Econometric Times Series". *Universidad de Alabama, Estados Unidos de América: John Wiley & Sons, Inc.*
- Engle, R.F. (1982). "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of the U.K. Inflation". *Journal of Mathematical Finance*, Vol.7 (No.4).
- Engle, R.F. y A.J. Patton. (2001). "What good is a volatility model?". *Quantitative Finance*, Vol.1.
- Engle, R.F. (2004). "Riesgo y volatilidad: modelos econométricos y prácticas financieras". *Revista Asturiana de Economía*, No.31.
- Espallargas, D. y Solís, M. (2012), "Econometría y Series de Temporales. Aplicaciones". *La Habana, Cuba: Editorial Félix Varela*.
- Glosten, L., R. Jagannathan, y D. Runkle. (1993), "On the Relation Between the Expected Value and the Volatility of the Normal Excess Return on Stocks". *Journal of Finance*, Vol 48 (No.2).
- González, M. (2009), *Técnicas de predicción económicas*. *Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales del País Vasco. España: Sarriko-On*.

- Granger, C. (2003), “Análisis de series temporales, cointegración y aplicaciones”. Revista Asturiana de Economía, No.30.
- Gujarati, Damodar, N. (2010), “Econometría”, 5ta edición. México DF: Editorial McGraw Hill.
- Instrucción No.1. “Normas sobre gestión integral de riesgos”. Consejo de Dirección del Banco Exterior de Cuba. 11 de enero de 2018.
- Jiménez, J.A. (2014). “Distribuciones de probabilidad alternativas para la gestión de riesgos en mercados financieros” (Tesis Doctoral). Universidad de Valencia, España.
- “Lineamientos de la Política Económica y Social del Partido y la Revolución”. (18 de abril de 2011). Cuba.
- Monsalve, A. E. (2011). “Test de bondad de ajuste para modelos de tipos de interés: un enfoque basado en procesos empíricos” (Trabajo Investigativo). Universidad de Santiago de Compostela, España.
- Nelson, D.B. (1990). “ARCH Models as Diffusion Approximations”. Journal of Econometrics, Vol.45 (No.1-2).
- Nelson, D. B. (1991). “Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach”. The Econometric Society, Vol.59 (No.2).
- Novalés, A. y M. Gracia-Diez. (1993). “Guía para la estimación de modelos ARCH”. Estadística Española, Vol. 35 (No. 132).
- Novalés, A. (2016). “Valor en Riesgo” (Trabajo Investigativo). Universidad Complutense de Madrid, España.
- Ospina, F. y D. Giraldo. (2009). “Aplicación de los modelos GARCH a la estimación del VaR de acciones colombianas”. Revista Soluciones de Postgrado EIA, No.3.
- Peña, D. (2002). “Regresión y diseño de experimentos”. España: Editorial Alianza.
- Peña, L. (2017). “Predicción de los tipos de cambio mediante el análisis de series de tiempo” (Tesis de Maestría). Universidad de la Habana, Cuba.
- Pulido, A. y J. Pérez García. (2001). “Modelos Econométricos”. Madrid, España: Editorial Pirámide.
- Pulido, A. (2005). “Modelos Econométricos”. Cuba: Editorial Félix Varela.
- Ruiz, E. (2012). “Modelos para series temporales heterocedásticas”. (Trabajo Investigativo). Universidad Carlos III de Madrid, España.
- Sánchez, A. y O. Reyes, (2006). “Regularidades probabilísticas de las series financieras y la familia de modelos GARCH”. Ciencia Ergo Sum, Vol.13 (No.2)
- Vivel, M.M. (2010). “El riesgo cambiario y su cobertura financiera”. Revista Galega de economía, Vol.19 (No.2).

Wooldridge, J. (2008). "Introducción a la Econometría. Un enfoque moderno", 4ta edición.
España: CENGAGE Learning.