Ciencias Matemáticas, Vol. 31, No. 2, Pag. 109-116, 2017
Recibido 03-2017

Búsqueda Local Iterada aplicada al VRP con Recogida y Entrega Mixta
Iterated Local Search applied to VRP with Mixed Pickup and Delivery

Alina Fernández Arias[1]*, Sira Allende Alonso[1]

Resumen El Problema de Enrutamiento de Vehículos con Recogida y Entrega Mixta (VRPSPD) consiste en diseñar un conjunto disjunto de rutas tales que se logre la integración óptima de los servicios de recogida y entrega de mercancía a un conjunto de clientes. Cada clientes requiere sólo uno de los servicios. Este problema pertenece a la clase NP-duro. En este trabajo se propone una estrategia basadas en la metaheurística Búsqueda Local Iterada. Los resultados obtenidos son competitivos con los reportados en la literatura.

Abstract The Vehicle Routing Problem with Mixed Pickup and Delivery consists in the design of a disjoint route set in which the demands of a given sets of clients are satisfied by optimally combining pickup and delivery services. Each client requires only one service. This is an NP-hard problem. In this work is it proposed in strategy inspired in the Iterated Local Search metaheuristic. The obtained results are competitive with current state-of-the-art solutions.

Palabras Clave
enrutamiento de vehículos — recogida y entrega mixta — búsqueda local iterada

[1] *Facultad de Matemática y Computación, Universidad de La Habana, La Habana, Cuba, aly@matcom.uh.cu, sira@matcom.uh.cu*
***Autor para Correspondencia**

Introducción

El problema de enrutamiento de vehículos (VRP) pertenece al área de la optimización combinatoria. Desde que fue presentado en 1959 por Dantzig y Ramser ha recibido muchísima atención por la comunidad científica y empresarial, tanto por su complejidad como por sus múltiples aplicaciones. El VRP ha servido de punto de partida a un gran número de problemas cuyo objetivo central es diseñar un sistema de rutas que permita satisfacer las demandas de un conjunto de clientes, considerando además otros elementos como la duración máxima de las rutas, horarios de atención, flotas compuestas por vehículos con diferentes características, demandas estocásticas, servicios de recogida y entrega de mercancía, entre otros aspectos.

Los problemas de recogida y entrega tiene como objetivo diseñar un sistema de rutas para transportar objetos y/o personas entre un origen y un destino. Berbeglia *et al.* [4] proponen la siguiente clasificación atendiendo al movimiento de bienes y/o personas entre los orígenes y los destinos.

muchos-a-muchos Cada vértice puede funcionar como un origen y/o un destino para cualquier producto.

uno-a-muchos-a-uno Los productos destinados a los clientes inicialmente se encuentran en el depósito y los que se encuentran en los clientes deben transportarse de regreso al depósito.

uno-a-uno Cada producto tiene un origen y un destino determinado.

El problema que se aborda en este trabajo pertenece a la clase **uno-a-muchos-a-uno**. A su vez, dentro de este grupo pueden se establecen varias categorías (Salhi *et al.* [15]):

Cargas de Retorno (VRPB). Los clientes se separan en dos subconjuntos: los clientes de entrega y los clientes de recogida. En cada ruta se deben atender primero a los clientes de entrega y luego a los de recogida. Si un cliente requiere ambos servicios se trata como dos clientes independientes. Esta restricción se conoce como precedencia de clientes y está justificada porque en muchos casos el reacomodo de la carga dentro del vehículo es un proceso complejo y/o impracticable [12].

Recogida y Entrega Mixta (**VRPMPD**). Los clientes requieren exclusivamente uno de los dos servicios. A diferencia del caso anterior, la recogida y la entrega pueden realizarse de forma intercalada en la ruta, es decir, no se considera la restricción de precedencia de clientes. En este problema se centra el presente trabajo.

Recogida y Entrega Simultánea (VRPSPD). Los clientes requieren ambos servicios y deben ser satisfechos simultáneamente.

Si bien es cierto que el problema del reacomodo de carga puede ser costoso cuando se atienden de forma simultánea o mixta los servicios de recogida y entrega de mercancía, esto es posible en muchos casos, en particular si el vehículo ha sido especialmente diseñado para esta actividad [15].

A diferencia de otras variantes del VRP, el problema con recogida y entrega mixta no ha sido muy abordado en la literatura. Salhi *et al.* [15] describen un algoritmo de inserción aplicado al problema con cargas de retornos, al mixto y al simultáneo. La idea general se basa en determinar para los clientes que aún faltan por enrutar, si la mejor inserción es uno a uno, por parejas o por grupos. Para la validación de sus algoritmos los autores proponen un conjunto de datos adaptado del problema con restricciones de capacidad. La cantidad de clientes en las instancias varía de 50 a 199.

Dada la complejidad asociada a la construcción de soluciones factibles para el VRPMPD, Nagy *et al.* [11] introducen una división en el concepto de factibilidad: la factibilidad débil y la factibilidad fuerte. Haciendo uso de estas dos ideas desarrollan una estrategia en cuatro fases que consiste en construir una solución débil factible, mejorarla sin perder factibilidad débil, transformarla en una solución fuerte factible que también es mejorada sin perder la factibilidad fuerte. En las fases de mejora emplean diferentes estrategias de vecindad de forma combinada. Describen la extensión de este procedimiento al problema con múltiples depósitos.

Wassan *et al.* [16] estudia la relación de este problema con el de recogida y entrega simultánea. Además, para el problema mixto, proponen una extensión de la búsqueda tabú en la que dinámicamente ajustan la longitud de la lista tabú en dependencia de la frecuencia con que se repitan las soluciones durante la exploración del espacio de búsqueda. Para la construcción de las soluciones iniciales utilizan un enfoque geométrico en el que se agrupan los clientes de acuerdo al ángulo que forma con el depósito.

En [9] Jun *et al.* se combina una estrategia de mejora iterativa considerando múltiples vecindades con un mecanismo de ruptura inspirado en la propuesta de Ropke *et al.* [14], que se basa en la eliminación y reinserción de clientes en la solución. Para la construcción de la solución inicial utilizan un enfoque geométrico que consiste en agrupar los clientes en dependencia de los ángulos que se forman entre cada cliente y el depósito.

Ai *et al.* [1] y Goksal *et al.* [7] emplean del método de optimización por enjambre de partículas para este problema. En [1] se propone una codificación en números reales y se adaptan las ideas de Pongchairerks *et al.* [13] de aprendizaje social, es decir, al actualizar la información de cada partícula se tienen en cuenta la mejor solución encontrada hasta el momento, la mejor solución en la vecindad y el vecino más cercano.

En [7] se codifican las soluciones como una permutación de los clientes. Las nuevas posiciones de las partículas se obtienen aplicando operadores de mutación y cruzamiento. Incluyen una estrategia probabilística para la selección de un subconjunto de soluciones que son mejoradas empleando una búsqueda por entornos variables descendentes. Además describen una transformación al VRPMPD del conjunto de prueba propuesto por Dethloff [6] para el para el problema con recogida y entrega simultánea.

En este trabajo se propone una estrategia de solución inspirada en la metaheurística Búsqueda Local Iterada [10] (ILS). La ILS es una extensión de la búsqueda local en la que se incluyen mecanismos de ruptura que permitan recomenzar la búsqueda desde un punto que conserve parte de la estructura del óptimo local previamente obtenido.

El resto de este documento se encuentra organizado como sigue: en 1 se describe formalmente el VRPMPD. La estrategia propuesta se presenta en 2 y los resultados obtenidos se analizan en 3. Finalmente aparecen las conclusiones y referencias bibliográficas.

1. Formalización del Problema con Recogida y Entrega Mixta

El problema de enrutamiento de vehículos con recogida y entrega mixta (VRPMPD) consiste en diseñar un sistema de rutas con el menor costo posible que permitan satisfacer la demanda de un conjunto de clientes en un única visita, garantizando que la mercancía transportada no exceda la capacidad del vehículo en ningún punto del recorrido. La característica fundamental de este problema es que cada cliente requiere exclusivamente uno de los dos servicios. El VRPMPD pertenece a la clase NP - duro [6] y cuando la flota posee un número limitado de vehículos encontrar una solución factible también es NP - duro [3].

Una instancia del VRPMPD se caracteriza por los siguientes datos:

- Depósito central, denotado por 0
- Conjunto de clientes $I = \{1, \ldots, n\}$, $I^+ = I \cup \{0\}$
- Para cada cliente $i \in I$ se conoce la demanda de entrega d_i o la demanda de recogida p_i, según se requiera.
- Costo de viaje c_{ij} entre cada par de elementos $i, j \in I^+$
- Flota de vehículos $K = \{1, \ldots, m\}$, cada uno de capacidad Q

En el VRPMPD los recorridos comienzan y terminan en el depósito central, donde se carga toda la mercancía para entregar en los clientes y una vez finalizado el trayecto se descarga toda la mercancía recogida. Cada vehículo puede realizar a lo sumo un viaje. Una ruta es una secuencia ordenada de elementos de I^+ asociada a un vehículo en específico, se denota por $[R,k] = [(r_0 = 0, r_1, \ldots, r_l, r_{l+1} = 0), k]$. El costo de $[R,k]$ es la suma de los costos de todos los arcos presentes en R, se denota por $C([R,k])$

Una solución es un conjunto de rutas denotado por $s = \{[R_1,k_1], \ldots, [R_m,k_m]\}$. El costo de s se calcula según la expresión (1).

$$C(s) = \sum_{i=1}^{m} C([R_i,k_i]) \tag{1}$$

La expresión (2) representa el objetivo del VRPMPD, donde Θ es el conjunto de todas las soluciones factibles del problema.

$$\min_{s \in \Theta} C(s) \tag{2}$$

En toda solución $s \in \Theta$ cada cliente se visita exactamente una vez y la carga no excede a la capacidad del vehículo que realiza la ruta en ningún punto del recorrido.

2. Estrategia de Solución

En este trabajo se propone una estrategia de solución inspirada en la Búsqueda Local Iterada (ILS) [10]. La ILS es un método de mejora iterativa cuya idea central consiste en reiniciar la búsqueda desde otro punto que garantice un determinado nivel de aleatoriedad con relación al óptimo local previamente encontrado. La calidad de la solución obtenida depende tanto de la capacidad de mejora del procedimiento de búsqueda local empleado así como de la potencia del método de ruptura para encontrar un buen punto de recomienzo. En este trabajo se definen cuatro estrategias de ruptura, dos inspiradas en el modelo de Ropke *et al.* [14] y las dos restantes basadas en cambios en el entorno. Con el objetivo de diversificar la búsqueda, en cada iteración se aplican por separado cada uno de los métodos de ruptura a la solución actual. Las soluciones obtenidas son mejoras empleando una estrategia de búsqueda local y se continua la búsqueda desde el punto con menor evaluación de la función objetivo.

El Algoritmo 1 ilustra los principales pasos de este enfoque, donde s_0 representa la solución inicial, s^* la mejor solución encontrada, *LS* el procedimiento de búsqueda local empleado, H el conjunto de métodos de ruptura y J el número de iteraciones totales.

Algoritmo 1 Búsqueda Local Iterada con Ruptura Múltiple (MILS)

```
1:  LS(s0) → s, s → s*, j = 1
2:  while j ≤ J do
3:     for all Shk_r ∈ H do
4:        s̄_r = Shk_r(s)
5:        ŝ_r = LS(s̄_r)
6:     end for
7:     s = mín_{r∈{1,...,|H|}} ŝ_r
8:     if s mejor que s* then
9:        s → s*
10:    end if
11:    j = j + 1
12: end while
13: return s*
```

Vale resaltar que los pasos del 3 al 6 correspondientes al bloque de ruptura son independientes entre sí, luego pudieran implementarse en paralelo para acelerar el tiempo de cómputo requerido por el algoritmo.

Teniendo en cuenta que en este trabajo se aborda un problema de minimización, se dice que una solución s_1 es *mejor que* s_2 si el costo de s_1 es *mejor que* el de s_2. Atendiendo a la complejidad asociada a la obtención de soluciones factibles, en la estrategia propuesta se incluye en la función de costo una penalización asociada a la no factibilidad de las rutas por exceso de carga. En lo adelante, el costo de una solución se calcula por la expresión (5), donde Q es la capacidad del vehículo, $C([R_i, k_i])$ el costo de la ruta (expresión (1)), $L([R,k], j)$ la carga en cada punto del recorrido (expresión (3)), $P([R,k])$ la función de penalización (expresión (4)) y μ una constante positiva.

$$L([R,k], j) = \sum_{i=1}^{j} p_{r_i} + \sum_{i=j+1}^{l} d_{r_i} \quad \forall j = 0, \ldots, l+1 \tag{3}$$

$$P([R,k]) = \sum_{j=0}^{l+1} \max\{0, L([R,k], j) - Q\} \tag{4}$$

$$\bar{C}(s) = \sum_{i=1}^{m} C([R_i, k_i]) + \mu P([R_i, k_i]) \tag{5}$$

2.1 Métodos de Ruptura

A continuación se describen los métodos de ruptura empleados.

Inversión Sea R una ruta. Dados dos puntos aleatorios i, j, se invierte la secuencia de clientes comprendidos entre estos puntos. Este método se aplica a cada ruta con probabilidad 0.5. En el VRPMPD, dadas las fluctuaciones de carga, al invertir un fragmento de las rutas se pudiera mejorar la factibilidad. Éste es el método de menor rendimiento entre todos los propuestos pues los cambios solamente afectan a las rutas por separado.

Intercambio cícliclo Sea $s = [R_1, R_2, \ldots, R_m]$ una solución. Dado un entero z, se selecciona una secuencia de z clientes de la R_1 y se mueve hacia R_2, de R_2 a R_3 y así sucesivamente, terminando con el movimiento de R_m a R_1. En cada movimiento el valor de z se escoge aleatoriamente entre 1 y 3. El Algoritmo 2 ilustra los pasos principales de este procedimiento. Vale resaltar que aunque el Intercambio Cíclico pudiera considerarse una función de vecindad, no forma parte de las usadas en este trabajo.

Ruptura Aleatoria Se eliminan el 20% de los clientes de la solución y se insertan en posiciones aleatorias.

Destruir-Reparar Se eliminar el 20% de los clientes de la solución y se insertan secuencialmente en la posición que se obtenga el menor incremento en la función objetivo.

Las dos estrategias de eliminación-inserción están inspiradas en la propuesta de Ropke *et al.* [14]. En [14] para la reinserción de los clientes se emplean mecanismos más sofisticados que requieren un mayor esfuerzo de cómputo.

2.2 Búsqueda Local

En este trabajo se emplea una Búsqueda por Entornos Variables Descendentes (VND por sus siglas en inglés) [8] como método de búsqueda local. A pesar de ser una estrategia

Algoritmo 2 Intercambio Cícliclo

for $i = 1$ **to** m **do**
  Seleccionar z aleatoriamente entre 1 y 3
  Seleccionar aleatoriamente una secuencia $l_{iz} \in R_i$ de longitud z
  $R_i = R_i \setminus \{l_{iz}\}$
  if $i < m$ **then**
    $R_{i+1} = R_{i+1} \cup \{l_{iz}\}$
  else
    $R_1 = R_1 \cup \{l_{iz}\}$
  end if
end for
return s

que tiene más de 20 años en los últimos tiempos se reportan numerosos algoritmos basados en este procedimiento. En [9] se reporta un ejemplo de aplicación de una variante de esta metaheurística al VRPMPD.

VND se basa en el cambio sistemático de entornos dentro de una búsqueda local. Los pasos principales se ilustran en el Algoritmo 3, donde $N_v, v = 1, \ldots, V$ representa el conjunto de vecindades y s_0 la solución inicial.

Algoritmo 3 Búsqueda por Entornos Variables Descendientes (VND)

$v = 1,\ s_0 \rightarrow s$
while $v \leq V$ **do**
  Seleccionar $\bar{s} \in N_v(s)$
  if $\bar{C}(\bar{s}) < \bar{C}(s)$ **then**
    $\bar{s} \rightarrow s,\ v = 1$
  else
    $v = v + 1$
  end if
end while
return s

En este trabajo se emplearon tres criterios para la exploración del entorno: sea s la solución actual y N la vecindad que se está analizando, entonces,

Primera Mejora (FI por sus siglas en inglés) s_f es la *primera mejora* de $s \in N(s)$ si es la primera solución encontrada en el entorno con menor evaluación de la función objetivo que s.

Mejora Global (BI por sus siglas en inglés) s_b es la *mejora global* de $s \in N(s)$ si para toda solución $\bar{s} \in N$ se cumple que $\bar{C}(s_b) \leq \bar{C}(\bar{s})$.

Mejora Aleatoria (RI por sus siglas en inglés) s_r es una *mejora aleatoria* de $s \in N(s)$ si $C(s_r) \leq C(s)$.

La *Primera Mejora* y la *Mejora Global* son criterios de exploración reportados en la literatura asociados a estrategias de búsqueda local con un carácter descendente [8]. La *Mejora Aleatoria* es un criterio introducido en este trabajo con el objetivo de incluir elementos aleatorios en la VND.

Las funciones de vecindad utilizadas están inspiradas en las reportadas en la literatura para este y otros problemas relacionados.

Vecindades Intra-Ruta

Las vecindades intra-ruta, como su nombre indica, consisten en permutaciones de clientes dentro de la misma ruta.

Mueve Mueve un cliente $r_i \in R$ de posición i, hacia la posición j, $i \neq j$.

Intercambia Intercambia las posiciones de dos clientes r_i, r_j dentro de la misma ruta R.

2Opt Sea $R = [r_1, \ldots, r_i, r_{i+1}, \ldots, r_j, r_{j+1}, \ldots, r_l]$ una ruta del VRPPD. Se eliminan los arcos (r_i, r_{i+1}) y (r_j, r_{j+1}) y se reconectan los fragmentos resultantes adicionando los arcos (r_i, r_j) y (r_{i+1}, r_{j+1}). Esto implica que se invierte el sentido de la secuencia de clientes $r_j \rightarrow r_{i+1}$.

Vecindades Inter-Ruta

Las vecindades inter-ruta realizan movimientos que incluyen a más de una ruta a la vez.

Mueve Mueve un cliente $r_i \in R_1$ hacia la posición j de la ruta R_2.

2Mueve Mueve dos clientes consecutivos $r_i, r_{i+1} \in R_1$ hacia las posiciones $j, j+1$ de la ruta R_2.
La diferencia entre **Mueve** y **2Mueve** es que en el primer caso se mueve un cliente y en el segundo un arco.

Intercambia Intercambia un cliente $r_i \in R_1$ con $h_j \in R_2$.

2-1Intercambia Intercambia dos clientes consecutivos r_i, r_{i+1} de la ruta R_1 con $h_j \in R_2$.

2-2Intercambia Intercambia dos clientes consecutivos r_i, r_{i+1} de la ruta R_1 con dos consecutivos $h_j, h_{j+1} \in R_2$.
Al igual que ocurre con **2Mueve**, las vecindades **2-1Intercambia** y **2-2Intercambia** son relativas al movimiento de arcos.

Cruza Sean $R_1 = [r_1, \ldots, r_i, \ldots, r_l]$ y $R_2 = [h_1, \ldots, h_j, \ldots, h_m]$ dos rutas del VRPSPD. Se determinan dos puntos de cruzamiento: i de R_1 y j de R_2. Se une el principio de R_1 con el final de R_2 y viceversa, resultando las rutas $\bar{R_1} = [r_1, \ldots, r_i, h_{j+1} \ldots, h_m]$ y $\bar{R_2} = [h_1, \ldots, h_j, r_{i+1}, \ldots r_l]$.
Como R_1 y R_2 pertenecen a la misma solución no existen clientes comunes entre ellas, por lo cual las rutas $\bar{R_1}$ y $\bar{R_2}$ no tienen ningún punto de solapamiento.

3. Resultados Numéricos

El algoritmo desarrollado se validó con dos conjuntos de prueba reportados en la literatura: el conjunto de Salhi y Nagy [15] y el conjunto de Dethloff [6].

3.1 Conjunto de Salhi y Nagy

El conjunto de Salhi y Nagy [15] está compuesto por 42 problemas que consideran entre 50 y 199 clientes. Los autores adaptaron los 14 problemas propuestos por Christofides *et al.* [5] para el problema de enrutamiento de vehículos con restricciones de capacidad al VRPMPD. Manteniendo constantes las coordenadas de los clientes y los detalles de la flota, se dividió el conjunto de clientes en dos grupos: uno con demanda de recogida y otro de entrega. Se diseñaron tres series de problemas. En la serie T cada 10 clientes uno se marcó como de recogida, en la serie Q cada 4 y en la serie H cada 2. En todos los casos la demanda de entrega o recogida según el tipo de cliente, se escogió igual a la demanda del problema original. Este conjunto ha sido ampliamente utilizado en la literatura para la comparación de estrategias de solución para el VRPMPD.

3.2 Conjunto de Dethloff

El conjunto de Dethloff [6] fue originalmente diseñado para el problema con recogida y entrega mixta. Consta de 40 instancias de 50 clientes cada una que responden a diferentes escenarios geográficos. En los problemas *SCA* los clientes se encuentran uniformemente distribuidos en el plano $[0,100]\times[0,100]$, mientras que en *CON* la mitad de los clientes se distribuye como en *SCA* y el resto en el plano $[\frac{100}{3},\frac{200}{3}]\times[\frac{100}{3},\frac{200}{3}]$. El escenario *CON* se corresponde con la distribución urbana, donde una gran cantidad de clientes se concentra en la novena parte del área. Se toma como costo de viaje la distancia euclidiana entre cada par de vértices. En ambos problemas la demanda de entrega para cada cliente d_i está uniformemente distribuida en el intervalo $[0,100]$. Dadas las capacidades de los vehículos, en todos los problemas propuestos por Dethloff se dificulta la obtención de soluciones factibles.

Wassan *et al.* [16] describen una adaptación del conjunto de Dethloff al problema mixto. Manteniendo la ubicación geográfica de los clientes y los detalles de la flota de vehículos, modifican la demanda según la propuesta de Salhi y Nagy [15]. El valor de la demanda, recogida o entrega dependiendo del servicio que requiera el cliente, se toma igual a la demanda de entrega del problema original. Dando lugar a 120 problemas para el VRPMPD (40 por cada serie).

3.3 Resultados

En las tablas 1 a la 6 se resumen los mejores resultados obtenidos por la Búsqueda Local Iterada con Ruptura Múltiple para ambos conjuntos de prueba.

T	**W** [16]	**A** [1]	**J** [9]	**G** [7]	**MILS**
1	**520.00**	**520.00**	**520.06**	**520.06**	**520.06**
2	789.00	810.00	878.67	**782.77**	789.24
3	808.00	827.00	800.83	**798.07**	803.13
4	1009.00	1014.00	996.42	**990.39**	993.21
5	1265.00	1297.00	1246.34	**1233.52**	1257.26
6	560.00	555.00	555.43		**520.06**
7	907.00	942.00	903.05		**793.13**
8	867.00	904.00	865.54		**804.43**
9	1204.00	1206.00	1164.86		**1000.82**
10	1413.00	1501.00	1402.59		**1264.96**
11	1101.00	1026.00	**990.00**	998.86	998.86
12	801.00	972.00	**787.52**	**787.52**	**787.52**
13	1575.00	1548.00	1544.37		**1000.71**
14	836.00	846.00	826.77		**787.52**

Tabla 1. Resultados MILS Salhi y Nagy Serie T

Q	**W** [16]	**A** [1]	**J** [9]	**G** [7]	**MILS**
1	498.00	**490.00**	**489.74**	**489.74**	**489.74**
2	739.00	739.00	734.93	**726.27**	737.13
3	766.00	768.00	754.57	**747.15**	**747.15**
4	944.00	938.00	915.24	**913.63**	922.02
5	1176.00	1174.00	1132.33	**1129.37**	1146.91
6	558.00	557.00	555.43		**489.74**
7	908.00	933.00	900.69		**739.31**
8	878.00	890.00	865.50		**756.47**
9	1194.00	1214.00	1162.50		**923.47**
10	1436.00	1509.00	1406.63		**1152.11**
11	1038.00	964.00	940.26	**939.36**	940.28
12	744.00	733.00	**729.25**	**729.25**	732.16
13	1574.00	1570.00	1544.37		**942.47**
14	824.00	825.00	821.75		**730.99**

Tabla 2. Resultados MILS Salhi y Nagy Serie Q

H	**W** [16]	**A** [1]	**J** [9]	**G** [7]	**MILS**
1	468.00	464.00	**461.87**	465.02	465.02
2	667.00	668.00	**660.82**	661.39	663.37
3	730.00	**701.00**	718.81	**700.94**	701.70
4	890.00	883.00	833.49	831.04	842.93
5	1078.00	1044.00	1000.74	**997.90**	1000.06
6	555.00	557.00	555.43		**465.07**
7	902.00	943.00	900.12		**662.63**
8	877.00	899.00	865.50		**711.64**
9	1194.00	1207.00	1158.54		**856.38**
10	1436.00	1499.00	1397.37		**1012.53**
11	880.00	830.00	819.44	**818.05**	818.80
12	646.00	635.00	629.98	**629.02**	629.57
13	1574.00	1565.00	1539.79		**824.60**
14	825.00	824.00	821.75		**634.16**

Tabla 3. Resultados MILS Salhi y Nagy Serie H

Los resultados de Wassan *et al.* [16] y Ai *et al.* [1], correspondientes a las columnas **W** y **A** de las tablas 1 a la 3 están redondeados al valor entero. Por esta razón se marcaron también como mejores soluciones del problema 1 de la Serie T (tabla 1) el resto de los valores obtenidos, la solución de Ai *et al.* [1] del problema 1 de la Serie Q (tabla 2) y la solución de Ai *et al.* [1] del problema 3 de la Serie H (tabla 3).

En el conjunto de Salhi y Nagy se evaluaron 42 problemas. En 4 se igualó el mejor resultado reportado en la literatura y en 21 se mejoró estrictamente. En los 17 restantes el promedio de la diferencia porcentual con relación a la mejor solución reportada fue inferior a 0.7. Como se puede observar en las tablas 1 a la 3 ninguno de los autores consultados alcanza las mejores soluciones para todas las instancias de este conjunto. En este sentido los resultados obtenidos son competitivos con los de la literatura.

En el conjunto de Dethloff se evaluaron 120 problemas. En 65 se igualó la mejor solución reportada en la literatura y en 18 se mejoró estrictamente. En las 37 restantes el promedio

T	**W** [16]	**G** [7]	**A** [2]	**MILS**
SCA30	627.92	**604.22**	**604.22**	**604.22**
SCA31	662.68	**657.99**	**657.99**	**657.99**
SCA32	636.57	**634.70**	**634.70**	**634.70**
SCA33	684.85	**651.86**	**651.86**	**651.86**
SCA34	666.18	**648.82**	**648.82**	**648.82**
SCA35	647.49	**619.31**	**619.31**	**619.31**
SCA36	634.83	**624.10**	**624.10**	**624.10**
SCA37	647.23	**631.41**	**631.41**	**631.41**
SCA38	700.52	**691.13**	**691.13**	**691.13**
SCA39	650.50	**642.86**	**642.86**	**642.86**
SCA80	911.61	**889.40**	**889.40**	**889.90**
SCA81	**947.00**	947.01	947.01	952.51
SCA82	**897.15**	897.16	897.16	897.16
SCA83	**922.95**	922.96	922.96	922.96
SCA84	991.49	**987.25**	**987.25**	**987.25**
SCA85	**957.44**	**957.44**	**957.44**	**957.44**
SCA86	**916.02**	916.03	916.03	916.03
SCA87	**931.48**	**931.48**	**931.48**	**931.48**
SCA88	**1005.01**	1001.19	1001.19	1001.19
SCA89	951.14	**938.75**	**938.75**	**938.75**
CON30	617.79	901.85	901.85	**601.85**
CON31	**538.66**	**538.66**	**538.66**	**538.66**
CON32	498.98	**498.15**	**498.15**	**498.15**
CON33	629.77	**569.07**	**569.07**	**569.07**
CON34	603.95	**572.52**	**572.52**	**572.52**
CON35	555.71	**549.49**	**549.49**	**549.49**
CON36	494.11	**489.54**	**489.54**	**489.54**
CON37	573.60	**553.95**	**553.95**	**553.95**
CON38	514.78	**509.16**	**509.16**	**509.16**
CON39	573.52	**570.38**	**570.38**	**570.38**
CON80	809.60	**802.83**	**802.83**	**802.83**
CON81	702.04	**682.83**	**682.83**	**682.83**
CON82	655.97	**653.29**	**653.29**	653.48
CON83	**740.61**	740.62	740.62	740.62
CON84	726.06	**720.59**	**720.59**	724.92
CON85	717.21	717.22	717.22	**717.12**
CON86	651.39	**644.75**	**644.75**	**644.75**
CON87	**755.97**	**755.97**	**755.97**	766.77
CON88	733.04	**714.17**	**714.17**	**714.17**
CON89	763.97	**760.96**	**760.96**	762.65

Tabla 4. Resultados MILS Dethloff Serie T

Q	**W** [16]	**G** [7]	**A** [2]	**MILS**
SCA30	608.70	**591.84**	**591.84**	**591.84**
SCA31	678.30	**652.32**	**652.32**	**652.32**
SCA32	635.45	**622.10**	**622.10**	**622.10**
SCA33	678.36	**644.85**	**644.85**	**644.85**
SCA34	667.71	**642.04**	**642.04**	**642.04**
SCA35	618.01	**617.42**	**617.42**	**617.42**
SCA36	628.20	601.28	601.28	**599.90**
SCA37	623.78	**616.84**	**616.84**	**616.84**
SCA38	690.50	**676.85**	**676.85**	**676.85**
SCA39	630.10	**628.31**	**628.31**	**628.31**
SCA80	**804.92**	804.93	804.93	813.98
SCA81	924.52	**922.00**	**922.00**	**922.00**
SCA82	830.43	830.44	830.44	**827.94**
SCA83	852.47	**849.00**	**849.00**	851.27
SCA84	909.57	**906.29**	**906.29**	**906.29**
SCA85	**880.58**	**880.58**	**880.58**	**880.58**
SCA86	820.87	**804.21**	**804.21**	**804.21**
SCA87	857.97	**855.24**	**855.24**	856.03
SCA88	**927.09**	927.10	927.10	927.10
SCA89	845.21	**841.97**	**841.97**	843.13
CON30	622.66	**595.54**	**595.54**	**595.54**
CON31	536.05	**529.05**	**529.05**	**529.05**
CON32	499.40	**493.09**	**493.09**	**493.09**
CON33	567.49	557.18	557.18	**556.41**
CON34	580.89	**571.57**	**571.57**	**571.57**
CON35	562.89	**545.90**	**545.90**	**545.90**
CON36	486.89	**482.69**	**482.69**	482.71
CON37	599.99	**541.61**	**541.61**	**541.61**
CON38	508.61	**492.14**	**492.14**	**492.14**
CON39	**563.88**	563.89	563.89	563.89
CON80	755.44	**754.50**	**754.50**	755.44
CON81	652.47	**648.30**	**648.30**	**648.30**
CON82	596.33	**595.64**	**595.64**	597.09
CON83	706.86	**685.99**	**685.99**	**685.99**
CON84	**705.37**	**705.37**	**705.37**	**705.37**
CON85	671.26	**666.17**	**666.17**	**666.17**
CON86	585.43	**584.72**	**584.72**	587.07
CON87	**724.57**	**724.57**	**724.57**	**724.57**
CON88	652.76	**648.54**	**648.54**	**648.54**
CON89	719.58	**714.64**	**714.64**	715.59

Tabla 5. Resultados MILS Dethloff Serie Q

H	**W** [16]	**G** [7]	**A** [2]	**MILS**
SCA30	598.27	567.20	567.20	**564.54**
SCA31	624.86	**610.66**	**610.66**	**610.66**
SCA32	611.78	**584.52**	**584.52**	**584.52**
SCA33	650.03	**608.15**	**608.15**	609.79
SCA34	624.77	597.35	597.35	**595.43**
SCA35	602.57	**585.09**	**585.09**	585.66
SCA36	605.00	**574.25**	**574.25**	**574.25**
SCA37	579.64	**575.99**	**575.99**	**575.99**
SCA38	676.44	**635.84**	**635.84**	647.52
SCA39	645.69	**600.92**	**600.92**	**600.92**
SCA80	724.51	**714.86**	**714.86**	724.52
SCA81	787.66	**780.77**	**780.77**	787.31
SCA82	739.93	740.95	740.95	**734.41**
SCA83	764.52	761.83	761.83	**760.65**
SCA84	819.39	**794.69**	**794.69**	800.90
SCA85	788.42	**783.04**	**783.04**	784.81
SCA86	731.41	**723.21**	**723.21**	733.09
SCA87	735.98	**725.79**	**725.79**	734.69
SCA88	856.20	850.91	**849.20**	856.51
SCA89	803.18	771.96	771.96	**768.16**
CON30	604.65	**579.67**	**579.67**	579.87
CON31	537.88	**513.46**	**513.46**	**513.46**
CON32	502.23	**482.74**	**482.74**	484.60
CON33	549.68	549.68	549.68	**548.99**
CON34	568.28	551.92	551.92	**550.45**
CON35	534.22	**529.93**	**529.93**	532.29
CON36	480.00	**466.61**	**466.61**	**466.61**
CON37	551.45	**527.98**	**527.98**	531.52
CON38	500.77	**475.77**	**475.77**	**475.77**
CON39	559.97	**536.89**	**536.89**	**536.89**
CON80	716.41	697.34	697.34	**687.70**
CON81	611.86	610.23	610.23	**606.91**
CON82	601.73	590.43	590.43	**589.88**
CON83	663.75	653.81	653.81	**647.85**
CON84	659.69	641.59	641.59	**640.43**
CON85	623.46	608.59	608.59	**607.52**
CON86	557.52	**546.06**	**546.06**	557.72
CON87	682.53	**652.70**	**652.70**	667.05
CON88	596.18	595.60	595.60	**595.34**
CON89	631.23	**624.03**	**624.03**	627.93

Tabla 6. Resultados MILS Dethloff Serie H

de la diferencia porcentual con relación a la mejor solución reportada fue inferior a 0.6. Al igual que ocurre en el conjunto de Salhi y Nagy, como se puede observar en las tablas 4 a la 6 ninguno de los autores consultados alcanza la mejor solución para todas las instancias del conjunto. En este sentido las soluciones obtenidas son competitivas con lo mejor reportado en la literatura.

4. Conclusiones

En este trabajo se presentó la estrategia de solución Búsqueda Local Iterada con Ruptura Múltiple (MILS) aplicada al Problema de Enrutamiento de Vehículos con Recogida y Entrega Mixta (VRPMPD).

El VRPMPD consiste en diseñar un sistema de rutas que permitan satisfacer las demandas de recogida o entrega de un conjunto de clientes. En este problema los clientes requieren exclusivamente uno de los dos servicios que pueden ser atendidos de forma intercalada en las rutas.

La MILS es un método de mejora iterativa. En cada iteración se aplican un conjunto de procedimientos de rupturas a la solución actual. Cada uno de los puntos obtenidos es mejorado empleando una Búsqueda por Entornos Variables Descendentes. El proceso continúa a partir de la solución con mejor costo. Teniendo en cuenta la complejidad asociada a la obtención de soluciones factibles para el VRPMPD debido a las fluctuaciones en la carga, en la estrategia diseñada se incluye en la función objetivo una penalización asociada a la no factibilidad de las rutas por exceso de carga.

El algoritmo propuesto se validó con dos conjunto de prueba reportados en la literatura para este problema. De los 162 problemas analizados, en 69 se igualó la mejor solución de la literatura y en 39 se mejoró estrictamente. En los 54 restantes, el promedio de la diferencia porcentual con relación a lo mejor reportado fue inferior a 0.7. En términos de calidad de solución, los resultados obtenidos son competitivos con lo mejor reportado en la literatura.

Agradecimientos

Las autoras quieren agradecer al Grupo de Optimización de la Facultad de Matemática y Computación por la colaboración en el desarrollo de este trabajo. A Oscar Luis por su ayuda en el diseño de los algoritmos, la visualización de los resultados y la ejecución de los experimentos.

Referencias

[1] J Ai y V Kachitvichyankul. A particle swarm optimization for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. *Computers and Operations Research*, 36:1693–1702, 2009.

[2] M Avci y S Topalogu. An adaptive local search algorithm for vehicle routing problem with simultaneous and mixed pickups and deliveries. *Computers and Industrial Engineering*, 83:15–29, 2015.

[3] R Baldacci, M Batarra, y D Vigo. *The vehicle routing problem: latest advances and new challenges*, capítulo Routing heterogeneous fleet of vehicles, pp 3–28. Springer, 2008.

[4] G Berbeglia, J-F Cordeau, y G Laporte. Dynamic pickup and delivery problems. Informe técnico, Canada Research Chair in Distribution Management and Canada Research Chair in Logistic and Transportation, 2010.

[5] N Christofides, A Mingozzi, y O Toth. *Combinatorial Optimization*, capítulo The vehicle routing problem, pp 315–338. Wiley, 1979.

[6] J. Dethloff. Vehicle routing and reverse logistics: the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up. *OR Spektrum*, 23:79–96, 2001.

[7] F.P Goksal, I Karaoglan, y F Altiparmk. A hybrid discrete particle swarm optimization for vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. *Computers and Industrial Engineering*, 65:39–53, 2013.

[8] P Hansen, N Mladenović, J Brimberg, y J Moreno-Pérez. *Handbook of Metaheuristics*, capítulo Variable Neighborhood Search, pp 61–86. Springer, second edition, 2010.

[9] Y Jun y B-I Kim. New best solutions to vrpspd benchmark problems by a perturbation based algorithm. *Expert Systems with Applications*, (39):5641–5648, 2012.

[10] H Lourenço, O Martin, y T Stützle. *Handbook of Metaheuristics*, capítulo Iterated Local Search: Franmeworks and Applications, pp 362–397. Springer, second edition, 2010.

[11] G Nagy y S Salhi. Heuristic algorithm for single and multiple depot vehicle routing problems with pickups and deliveries. *European Journal of Operational Research*, 162:126–141, 2005.

[12] D Palhazi-Cuervo, P Goos, y Sörensen E. An iterated local search algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research*, 237(2):454–464, 2014.

[13] P Pongchairerks y V Kachivichyanakul. A nonhomogeneous particle swarm optimization with. En *International Conference on Simulation and Modeling*, pp A5–02, 2005.

[14] S Ropke y D Pisinger. A unified heuristic for large class of vehicle routing problems with backhauls. *European Journal of Operational Research*, 171:750–775, 2006.

[15] S Salhi y G Nagy. A cluster insertion heuristic for the single and multiple depot vehicle routing problem with backhauling. *The Journal of the Operational Research Society*, 50(10):1034–1042, 1999.

[16] N Wassan, G Nagy, y S Ahmandi. A heuristic method for the vehicle routing problem with mixed deliverires and pickups. *Journal of Scheduling*, 11:149–161, 2008.