

# Algunas reflexiones sobre el análisis de estática comparativa como un tema de Economía Matemática

FÉLIX MARRERO PRIETO\*

## Resumen

El presente trabajo es una reflexión sobre el análisis de estática comparativa, donde se precisa qué es lo que se compara, qué se debe tener en cuenta al hacer este tipo de comparación, qué conceptos y qué operaciones del cálculo diferencial son los más utilizados. Es un estudio que tiene su origen en la necesidad de utilizar la matemática, en particular el cálculo diferencial, como instrumento del análisis económico.

**PALABRAS CLAVE:** estática comparativa, modelo, variables endógenas y exógenas.

## Abstract

*The present paper ponders upon Comparative Static analysis and it establishes that which is compared, what should be taken into account when performing this type of comparison, which concepts and differential calculus operations are the most widely used. The present study is originated by the need to use mathematics, specifically the differential calculus, as an instrument of economic analysis.*

**KEYWORDS:** comparative static, model, endogenous and exogenous variables.

\* Doctor en Ciencias Físicas. Universidad de La Habana, Cuba.  
Contacto: felix@fec.uh.cu.

En la praxis económica es muy frecuente el uso de las técnicas de estática comparativa, como complemento del análisis dinámico en los estudios de diferentes modelos económicos. Ambos análisis se reconocen en la literatura como aplicaciones, por antonomasia, de la Matemática a la Economía, y esos temas se recogen de una u otra forma en la mayoría de los libros y textos existentes sobre Economía Matemática. No obstante, sobre todo en lo que a las técnicas de la estática comparativa se refiere, el acercamiento que se hace es a mi juicio un tanto parcial, incompleto y sesgado al estudio de ciertos equilibrios de diferentes modelos económicos.

El poder responder con claridad a la pregunta de qué es un análisis de estática comparativa resulta de mucha importancia, entre otros motivos, porque el instrumental que brinda la matemática, en particular el cálculo diferencial, puede ser más amplio de lo que se pueda pensar, y no necesariamente se circunscribe al cálculo de una derivada parcial.

Como el mismo nombre sugiere, y según la mayoría de los textos, se suele decir que la estática comparativa es una comparación de dos o más estados de equilibrio de un mismo modelo económico, sin tener en cuenta lo que pudo haber provocado el paso de una situación a la otra. Y entonces, la pregunta sería: ¿qué es un estado de equilibrio?

Primeramente habría que dejar claro que los modelos pueden ser estáticos o dinámicos, en dependencia de que las variables del modelo dependan o no del tiempo, y evidentemente se parte del supuesto de que tales estados de equilibrio existen. En los análisis de estática comparativa se consideran modelos en que las variables definidas en él sean independientes del tiempo; tales modelos se denominan estáticos.

La noción de equilibrio implica la aceptación de ausencia de tendencia al cambio de las variables definidas en el modelo, en condiciones *ceteris paribus*. Si un equilibrio se desplaza, si la situación de equilibrio cambia, es porque hay otras variables que sí cambian según leyes o situaciones que no son contempladas en el modelo de estudio. Entonces no basta con saber si dicho modelo es estático o dinámico.

Es necesario tener bien determinadas las variables propias o inherentes al modelo y que son definidas por el mismo (variables endógenas), así como las que no lo son (variables exógenas), que en Matemática se representan como parámetros.

Según Chiang y Wainwright (2006), en su obra *Métodos fundamentales de Economía Matemática*, este tipo de análisis estático no considera dos situaciones particularmente interesantes:

- La accesibilidad del equilibrio, que incluye el análisis de su estabilidad.
- El proceso de ajuste se puede dilatar por un periodo de tiempo tal que el análisis estático perdería su razón de ser si las variables exógenas hubieran experimentado variaciones.

En un análisis estático, con las técnicas de la estática comparativa se aborda el estudio de las variaciones de un estado de equilibrio provocadas por cambios exógenos. En un análisis dinámico se debe tratar la accesibilidad y estabilidad del equilibrio.

Cada uno de estos tipos de estudio cumple su función en el análisis económico y, por lo tanto, es imperativa su utilización en el examen de todo modelo.

En lo que se refiere a la estática comparativa, esencialmente se trata de la comparación de variaciones de variables endógenas, cuando varían las variables exógenas, lo cual se aborda perfectamente con las técnicas que brinda el cálculo diferencial.

Las técnicas de la estática comparativa, que por lo general están presentes en las obras de análisis económico, se reflejan en la mayoría de los libros de economía matemática, así como en los textos de Matemática para economistas, pero de una manera parcial, y con el ánimo de brindar una rápida aplicación de las derivadas parciales a la economía, y las diferentes formas de calcular estas derivadas, lo que lamentablemente transmite ideas inacabadas sobre el alcance que tiene un análisis de estática comparativa en la mayoría de las disciplinas económicas.

¿Cómo entender la noción de equilibrio de un modelo, qué papel desempeñan en él las variables endógenas y las variables exógenas? Como ya se explicó, existe una concepción ampliamente aceptada por una mayoría de autores, debido a su generalidad, es decir, que el equilibrio de un modelo es una situación caracterizada por la ausencia de una tendencia al cambio. Pero, ¿al cambio de qué?, ¿y en qué condiciones no hay esa tendencia?

La aseveración anterior se refiere al cambio de las variables endógenas, es decir, las variables definidas por el modelo. Lo que no se dice, usualmente, es que esas variables no cambian cuando «todo lo demás permanece constante», es decir, en condiciones *ceteris paribus*. ¿Y qué es «lo demás»? Evidentemente, aquellas variables que sin estar definidas por el modelo –aunque sí utilizadas en él–, por las más diversas razones, varían. Son las llamadas variables exógenas, que deben estar bien definidas en el modelo de referencia.

Quizás un ejemplo de lo que se dice en el párrafo anterior se vea con facilidad en el conocido modelo que describe las cantidades de mercancías que un consumidor puede adquirir, en una economía de dos bienes:  $X$  y  $Y$ . Ese modelo se da a través de la inecuación  $p_X X + p_Y Y \leq m$ , donde  $p_X$  y  $p_Y$  son los precios de los bienes, respectivamente, mientras que  $m$  representa el presupuesto del consumidor. Las variables endógenas, las que están definidas por el modelo, son  $X$  y  $Y$ , que delimitan las cestas de cantidades de bienes asequibles al consumidor ( $X ; Y$ ), en un triángulo (gráfico 1) que no tiene por qué cambiar, dado un vector de precios fijos ( $p_X ; p_Y$ ) y un presupuesto fijo  $m$ , variables no definidas por el modelo, y, consecuentemente, variables exógenas. Se debe observar que este equilibrio no es un punto, sino una figura geométrica.

Al variar las variables exógenas, se obtiene en general otro triángulo donde se ubican las nuevas cestas de cantidades de bienes asequibles al consumidor, dadas las nuevas condiciones. Al comparar los conjuntos de cestas asequibles por el consumidor en cada caso, se está efectuando un análisis de estática comparativa.

Otro ejemplo de modelo, cuyo equilibrio no es un punto –en este caso una curva–, es la conocida demanda de un bien por un consumidor, que determina la cantidad a consumir para optimizar el bienestar del consumidor, en función del precio de ese bien en el mercado. La cantidad de unidades del bien y el precio de mercado de ese bien son las variables endógenas. Aquí se tienen valores fijos para los precios de otros bienes y para los ingresos del consumidor (variables exógenas), e inalterables las preferencias establecidas del consumidor, dictadas por la moda, sus gustos, etcétera, que en tanto definidas como función de utilidad en la Teoría del Consumidor en Microeconomía, son asimismo variables exógenas. Hay un movimiento en la curva de demanda, cuando al variar el precio de mercado del bien, varía la cantidad demandada en un equilibrio optimizador del bienestar del consumidor; además, la curva se observa cuando varían los determinantes de esta o las ya mencionadas variables exógenas del modelo.

Al comparar la curva de demanda obtenida cuando varían las variables exógenas, con la curva de demanda inicial, se está haciendo un análisis de estática comparativa.

El modelo cuyo equilibrio se remite a un punto posiblemente más manido es el de equilibrio del mercado de un bien. El equilibrio está dado por la intersección de las curvas de demanda y de oferta de ese mercado, o, lo que es lo mismo, por la solución de la ecuación que iguala la oferta a la demanda, para determinados valores fijos de los

precios de otros bienes, de los precios de los factores de producción, de los niveles de ingresos, de los impuestos aplicados, etcétera. En este caso, las variables definidas por el modelo (variables endógenas) son el precio de mercado del bien, y la cantidad que de este se oferta y se demanda. El resto de las variables mencionadas desempeñan el papel de variables exógenas. Cuando se compara el equilibrio que se obtiene al variar al menos una variable exógena, con el equilibrio inicial, lo que se hace es un análisis de estática comparativa.

No es ocioso referirse a diferentes aspectos vinculados al equilibrio de modelos económicos. Tales son los siguientes casos:

- ¿Es el estado de equilibrio un estado ideal o deseable? Esto depende de los diferentes puntos de vista y de lo que signifique ideal o deseable.
- En Economía se habla de equilibrio final, general, intermedio, parcial, estático, dinámico, etcétera.
- Hay existencia y accesibilidad de equilibrio.
- La estabilidad del equilibrio se vincula con la solución de ecuaciones diferenciales y con las diferencias.

El análisis de estática comparativa puede ser de naturaleza cualitativa o cuantitativa. En el primer caso solo interesa la dirección del cambio, mientras que en el segundo, la magnitud. Evidentemente, la naturaleza cuantitativa incluye la cualitativa, pero siempre es posible evaluar cuantitativamente el cambio que se produzca.

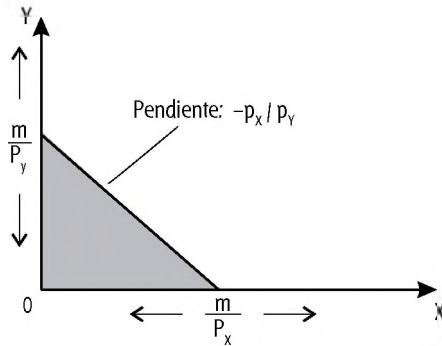
Estos análisis, claramente, pueden hacerse tanto analítica como gráficamente. No obstante, es evidente que el instrumental fundamental a utilizar en este tipo de análisis es el cálculo diferencial.

Este es un ejemplo de aplicación: para el modelo que representa la restricción presupuestaria de un consumidor en una economía de dos bienes,  $X$  y  $Y$ , donde representan las cantidades de los bienes respectivamente,  $p_X$  y  $p_Y$  son los precios de mercado de los bienes y  $m$  es el presupuesto con que cuenta el consumidor. El modelo viene dado por la inequación:

$$p_X x + p_Y Y \leq m$$

Las variables  $X$  y  $Y$  son las variables endógenas del modelo, mientras que los precios  $p_X$  y  $p_Y$ , y el presupuesto  $m$ , son variables exógenas del modelo. La restricción presupuestaria del consumidor viene dada por una recta

en el primer cuadrante de un sistema coordenado, en el que los ejes representan las cantidades a consumir de cada bien. En la medida en que varíen los parámetros  $p_x$ ,  $p_y$ , y  $m$ , variará la posición de la recta y, con ello, el conjunto del presupuesto del consumidor, según se aprecia en el gráfico 1.



**Gráfico 1.** Restricción presupuestaria.

**Fuente:** Elaboración propia.

En la medida en que los precios o el presupuesto varíen, las intersecciones de la recta del presupuesto se desplazarán a lo largo de los ejes coordenados, lo que varía, entonces, el conjunto del presupuesto, es decir, las posibilidades de adquirir cestas de bienes  $(x_o; y_o)$ . Este es un ejemplo en que la naturaleza del cambio solamente puede ser cualitativa y que sirve para mostrar dos o más estados del modelo, sin tener que hacer referencia a un equilibrio, ni tener que utilizar las derivadas de las variables definidas en el modelo (variables endógenas)  $-X, Y-$  con respecto a los parámetros (variables exógenas)  $-p_x, p_y, m$ .

Sea el siguiente ejemplo de mercado competitivo del bien  $i$ :

$$\begin{cases} q_i^d = f(p_i, p_j, m) \\ q_i^s = g(p_i, r, w, t) \\ q_i^d = q_i^s \end{cases}$$

$q_i^d$  y  $q_i^s$  representan las cantidades del bien  $i$  que se demandan y se ofertan, mientras que  $p_i$  es el precio al que se vende en el mercado ese bien.

En este modelo, que representa el comportamiento del mercado del bien  $i$ , estas son las variables endógenas, definidas por el propio modelo (las cantidades y el precio del bien). Las variables  $p_j$  (precio de otro u

otros bienes),  $m$  (ingresos de los consumidores),  $r$  (tasa de interés),  $\omega$  (salario),  $t$  (impuestos), todas determinadas o definidas fuera del modelo de mercado que se analiza, son las variables exógenas del modelo.

El equilibrio de este modelo se logra en el valor que debe alcanzar el precio del bien,  $p_i^*$ , que iguala las cantidades del bien que se demandan y que se ofertan,  $q_i^d = q_i^s = q_i^*$ , para valores determinados de cada una de las variables exógenas que se consideran. Si ese equilibrio existiera, y supongamos que así sea, estaría representado en un sistema coordinado por el punto de intersección de las curvas que representan la demanda y la oferta del mercado. Ese equilibrio está dado por el punto  $(q_i^*; p_i^*)$ .

De lo que se trata en este caso es de ver cómo, y en cuánto, varían  $q_i^*$  y  $p_i^*$  al variar una o más de una variable exógena. Tal problema se puede resolver de todas estas formas:

- Poner tanto  $p_i^*$  como  $q_i^*$  como funciones de todas las variables exógenas, y, mediante las derivadas parciales, determinar los cambios.
- Utilizar la técnica de derivación de funciones implícitas definidas por varias ecuaciones, y determinar los cambios.
- En un sistema coordinado, representar los desplazamientos que sufren la oferta y la demanda del bien ante la variación de las variables exógenas, y consecuentemente determinar en el gráfico el movimiento que sufrió el punto de equilibrio.

Como se ve, en las dos primeras formas se determinan tanto la naturaleza cuantitativa como cualitativa del cambio, no así en la forma gráfica, en que solo es posible apreciar la naturaleza cualitativa de este.

Finalmente, es de señalar que varios autores consultados utilizan en estos análisis el conocido Teorema de la Envolvente, tan utilizado en teoría económica. Hay también autores que logran conducir el análisis hacia la utilización de la derivada direccional, lo que es de utilidad en problemas de ingeniería.

Como quiera que sea, a juicio del autor, cada vez que se vaya a realizar un análisis de estática comparativa, es esencial la determinación de las variables endógenas del modelo que se trate, y las exógenas al modelo. La variación en el dominio de estas últimas son las que dan el resultado de la comparación buscada.

## Bibliografía

ANTELO, M. (2000): *Tópicos de microeconomía teórica*, Tórculo, Santiago de Compostela.

- CHIANG, A. y K. WAINWRIGHT (2006): *Métodos fundamentales de Economía Matemática*, McGraw-Hill Interamericana, México D.F.
- FRANK, R. (1991): *Microeconomics and behavior*, McGraw-Hill, New York.
- GRAVELLE, H. y R. REES (2006): *Microeconomía*, Pearson Educación, Madrid.
- HIRSHLEIFER, J. (1988): *Price theory and applications*, Prentice-Hall, New Jersey.
- JIMÉNEZ, F. (1999): «Macroeconomía: breve historia y conceptos básicos», en <<http://www.pucp.edu.pe/economia/pdf/DDD171.pdf>> [29/08/2011].
- PERLOFF, J. (2004): *Microeconomía*, Pearson Educación, Madrid.
- SAMUELSON, P. (1995): *Economía*, McGraw-Hill, México D.F.
- TAKAYAMA, A. (1985): *Mathematical economics*, Cambridge University Press, New York.
- VARIAN, H. (1994): *Microeconomía intermedia*, Antoni Bosch, Barcelona.