No. 1 y 2 / Vol. 145 / Ene.-Dic. / 2010

Estadística aplicada a la actividad empresarial (I) Técnicas de Muestreo y la Auditoría(I)

Luís Piña León*
Hugo de Rojas Gómez**

Las diferentes actividades que realizan las empresas necesitan en ocasiones la aplicación de la estadística y de las técnicas de muestreo, en este artículo se trata de mostrar la aplicación de las técnicas de muestreo en el área de la auditoría en una primera parte.

Introducción

LAS ACTIVIDADES que realizan las empresas asociadas a: planificar, crear, distribuir, ejecutar, registrar, contabilizar y controlar, por ejemplo, necesitan en oportunidades, las técnicas de muestreo.

Es intención de los autores, desarrollar una serie de artículos, donde se evidencie la utilización de la estadística como herramienta eficaz para la toma de decisiones así como, lograr el cumplimiento de los objetivos de crear, realizar y controlar por excepción, utilizando la inferencia estadística sin tener que utilizar todo el universo de sujetos

* Profesor Auxiliar del Departamento de Estadística e Informática., de la Facultad de Economía, Universidad de La Habana.
** Profesor Titular del Departamento C. empresarial, Facultad de Economía, Universidad de La Habana.

de información relacionados con la gestión de las distintas áreas de la actividad empresarial. En esta oportunidad se trata de mostrar la aplicación de las técnicas de muestro en el área de Auditoría, en dos artículos, la primera parte es este artículo.

La Auditoría ha alcanzado hoy en día un lugar cimero en el mundo empresarial. Se hace un especial énfasis en la labor del profesional de la Auditoría, la cual va encaminada a poner al descubierto las posibles debilidades del control interno y los errores e irregularidades de la información que socavan la salvaguarda de los activos y desvirtúan la realidad de la posición económica financiera y los resultados alcanzados por la empresa.

En la sociedad actual, donde muchos tipos de información financiera requieren y exigen ser sometidas a Auditoría, es indispensable la labor del auditor.

Por razones obvias de volumen de datos a procesar, tiempo, costo, etc., el examen que realiza el auditor en el desarrollo de su trabajo, no puede ser completo, es decir, una revisión exhaustiva y total de todos los elementos para configurar las cuentas auditadas, ya que sería imposible desarrollar el trabajo de Auditoría oportunamente para poner a disposición de los usuarios el informe en el momento requerido.

Por estos motivos, oportunidad y economicidad, está legal y generalmente admitido, que el auditor realice exámenes parciales con el fin de expresar su opinión sobre la totalidad o conjunto de cuentas auditadas. Es por ello que el auditor suele tomar muestras a partir de las cuales saca conclusiones del universo para emitir su opinión.

Regularmente, la selección de la muestra se ha efectuado por iniciativa o a criterio del auditor, basado en su experiencia de trabajo, conocimiento de la actividad, la entidad a auditar, etc. Este procedimiento de muestreo se denomina *muestreo de criterios, intencional, opinático,* que sin duda debe formar parte del instrumental de la auditoría. Como contrapartida, los auditores tienen a su alcance el muestreo estadístico, que se basa en la utilización de técnicas matemático-estadísticas originadas en el cálculo de probabilidades.

La selección de la muestra utilizando el muestreo estadístico tiene la ventaja de permitir a los auditores fijar límites, estadísticamente determinables, a las incertidumbres y riesgos en el proceso de prueba.

La Auditoría y el muestreo

Las Normas Técnicas de Auditoría indican que el muestreo estadístico es, en principio, el método idóneo de trabajo del auditor. El muestreo estadístico en la auditoría es la aplicación de uno de sus procedimientos a una muestra de una población por revisar, donde se estiman las características o valores de esa población a partir del diseño, selección y evaluación de la muestra por métodos matemáticos basados en el cálculo de probabilidades.

Cuando se obtiene una muestra por el método estadístico, es posible afirmar con un determinado grado de confianza, que el resultado de la muestra no se aleja de las condiciones reales de la población (es decir, de las condiciones que pueden determinarse mediante el examen completo de la población) más allá de cierto límite especificado.

Etapas fundamentales:

De la propia definición es posible concluir las aplicaciones del muestreo estadístico que involucran tres etapas fundamentales:

a) Diseño de la muestra. Consiste básicamente en la determinación del tamaño apropiado de la muestra.
b) Selección de la muestra. Se refiere a la identificación de los elementos por examinar.
c) Evaluación de la muestra. Es la formación de conclusiones acerca de la información, basadas en el examen de los elementos muestreados.

Ventajas del muestreo estadístico[1]:

- Los resultados de la muestra pueden ser justificados objetivamente. Refuta con éxito la frecuente objeción de que el auditor solo ha visto las peores partidas y que por ello ha sesgado su muestra.
- Proporciona un medio para conocer previamente el tamaño óptimo de muestra necesario.
- El auditor, al precisar el grado de error que está dispuesto a aceptar, se ve liberado de determinar tamaños de muestra

[1] Cyert y Davidson: El Muestreo Estadístico Aplicado a la Censura de Cuentas, pp. 10 -12.

arbitrarios, ya que el propio método proporciona la racionalidad del tamaño utilizado, así como el costo de la auditoría.

- Posibilita la estimación de la magnitud del riesgo de que la muestra pueda no ser representativa de toda la población.
- Las muestras estadísticas son más económicas que los tamaños de muestra tradicionales.
- Proporciona un medio para proyectar los resultados de las pruebas dentro de límites ya conocidos.

Condiciones para el uso del muestreo estadístico:

Deben reunirse tres requisitos para garantizar que las conclusiones a que se llegue con base en el muestreo estadístico sean válidas.

a) ***Masividad***: Es requisito propio del cálculo de probabilidades, puesto que las leyes de la probabilidad no son aplicables a pequeños cúmulos de datos.

b) ***Homogeneidad***: Para interpretar las características generales de la población, se van a emplear promedios de los resultados de la muestra, por lo que es necesario que estos promedios sean representativos de la población; esto se logrará si las características (atributos) o valores (variables) de la población sean homogéneas. Cuando las poblaciones no sean homogéneas será necesario estratificar, seccionando en partes homogéneas entre sí, para ser probadas aisladamente.

c) ***Aleatoriedad***: Que la muestra sea seleccionada al azar (aleatoria). Sólo así es posible garantizar que todos los elementos que forman la población hayan tenido la misma oportunidad de ser seleccionados[2].

La finalidad de la auditoría determinará el método de muestreo que deberá utilizar el auditor. Los objetivos del diseño muestral y de la selección del tamaño de la muestra son los mismos: obtener una cantidad especificada de información al mínimo costo. La decisión acerca del diseño muestral se toma de acuerdo con la forma en que los elementos se agrupan en la población y de acuerdo con el costo de obtención de la información contenida en esos elementos.

---

[2] Cyert y Davidson: *Ob. cit.*, pp. 20 – 22.

Se debe hacer necesaria referencia a la teoría de probabilidades y a los procesos de selección y estimación ligados a esta antes de acometer la exposición de aspectos técnicos de los planes de muestreo estadístico.

Se aborda a continuación el estudio de la Teoría de la Estimación y algunos Diseños Muestrales útiles en el trabajo de Auditoría.

Muestreo aleatorio simple y estimación.

- Conceptos básicos:

  Población: Todo conjunto de elementos, definido por una o más características, de los que gozan todos los elementos que lo componen y solo ellos.

  En muestreo se entiende por población a la totalidad del universo que interesa considerar y que es necesario que esté bien definido para que se sepa en todo momento qué elementos lo componen.

  Muestra: Una parte o subconjunto de la población, que se selecciona para examen.

  Característica: El signo o detalle que interesa estudiar.

Muestreo Aleatorio Simple.

El Muestreo Aleatorio Simple es el procedimiento mediante el cual se eligen n elementos de una población de tamaño N, haciendo las extracciones o selección con reposición. Se presenta como el prototipo de muestreo por su sencillez y la facilidad para calcular los errores de muestreo.

En este diseño se cumple que las funciones de probabilidad para las variables que se forman en el muestreo, son iguales y que su función de probabilidad conjunta, es el producto de sus funciones marginales.

Una vez que los auditores han calculado el tamaño de la muestra, se hace necesario seleccionar las partidas o elementos que se incluirán en esta sobre una base aleatoria.

El principio implicado en la selección es que cada partida en la población tiene la misma probabilidad de ser incluida en la muestra. Las técnicas que a menudo se usan para la selección aleatoria, incluyen las tablas de números aleatorios, la selección sistemática y los generadores de números aleatorios.

Este último, denominado generadores de números aleatorios, constituye una técnica a partir de un algoritmo matemático que lo suministran determinados paquetes estadísticos como: MICROSTA, SPSS, EPINFO.

Una vez que se ha calculado el tamaño de muestra requerido así como, seleccionados los elementos que formarán dicha muestra, el objetivo es ***estimar parámetros*** y para esto se utilizan los denominados ***estimadores.***

Estimador: Se denomina estimador, a cualquier función de n variables, donde después de sustituir en ella los valores muestrales, el resultado obtenido puede servir como sustituto del valor del parámetro poblacional. Los estimadores son variables aleatorias.

Como ejemplo de estimadores

$\bar{x}$: media muestral	→	estimador de μ (media poblacional)
s^2 : varianza muestral	→	estimador de σ^2 (varianza poblacional)
$\hat{p}$: proporción muestral	→	estimador de P (proporción poblacional)

Estos estimadores, como se señaló anteriormente, son variables aleatorias y por tanto, tienen distribuciones muestrales.

Aplicación de la distribución muestral de $\bar{x}$ al cálculo del error máximo admisible, tamaño de muestra y el intervalo de confianza

- Error máximo admisible (d). Este constituye una medida de la precisión de la estimación. Sabemos que el estimador $\bar{x}$ sigue una distribución normal cuando n tiende al infinito. De ahí que:

$d = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$, en la práctica no conocemos el valor de σ^2 y por tanto utilizamos la desviación típica de la muestra.

Tamaño de la muestra

El tamaño de la muestra depende de la variabilidad de las unidades de la población con respecto a la característica que se está investigando, de cuán cerca se deseen las estimaciones de los parámetros que se estén estimando, dicho con otras palabras, el tamaño de la muestra está en función de la confiabilidad que se quiera para los estimados y del error de muestreo que se espere.

La fórmula es la siguiente: $n = \dfrac{z^2_{1-\frac{\alpha}{2}} \; s^2}{d^2}$

Estimación por intervalos para la media

La estimación puntual no permite calcular la precisión de la estimación, que sí se logra cuando se da un intervalo cuyos extremos son funciones de la muestra. La probabilidad de que el intervalo contenga al parámetro a estimar es igual a $1-\alpha$ y a esta probabilidad se le llama nivel de confianza.

En general, los intervalos de confianza se forman:

Estimador $\pm$ error máximo admisible (d)

En el caso que nos ocupa:

$$(\bar{x} \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}) \text{ siempre que } n \to \infty$$

Distribución muestral de $\hat{p}$

Un caso particular del Teorema Central del Límite, nos plantea que si n es lo suficientemente grande se cumple que:

$$z = \frac{\hat{p} - P}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}} \sim N(0,1) \text{ o también } \hat{p} \sim N\left(P, \frac{P(1-P)}{n}\right)$$

Tamaño de muestra

$$n = \frac{z^2_{1-\frac{\alpha}{2}} \; P(1-P)}{d^2}$$

En el método de estimación simple del Muestreo Aleatorio Simple para datos cualitativos, si $P = 0,5$ se maximiza el tamaño de la muestra.

Intervalo de confianza para P

$$\left(\hat{p} \pm z_{1-\frac{\alpha}{n}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \right)$$

Con este punto hemos cubierto los más importantes conceptos del Muestreo Estadístico Básico. Podemos ahora ordenar todo este conocimiento para aplicar las técnicas estadísticas tal como son utilizadas en la práctica.

En un programa de Auditoría se debe plantear el plan de muestreo, considerando los dos enfoques asociados a la naturaleza de la prueba; se denominan Muestreo por Variables y Muestreo por Atributos, en correspondencia a las Pruebas Sustantivas y a las Pruebas de Cumplimiento.

El plan de muestreo es un procedimiento que abarca varias etapas para la toma de decisiones. En el planteamiento, dentro del programa detallado de Auditoría, hay que tener en cuenta los antecedentes acerca de los problemas detectados anteriormente, o los que se han obtenido en los contactos con la entidad y localizar dónde se deben emplear recursos y mayor tiempo, además de que se puedan cuantificar. Un aspecto importante resulta poder identificar los riesgos posibles de Auditoría, que permitan obtener resultados confiables que caractericen a la entidad que se está analizando.

El plan de muestreo programa las etapas a desarrollar por el auditor[3]:

- Definición de los objetivos, naturaleza y alcance de la prueba.
- Preparación y registro de los datos en los papeles de trabajo.
- Definición del diseño muestral.
- Prefijar el nivel de confiabilidad y los registros asociados.
- Determinación del tamaño de la muestra y selección de sus elementos.
- Método de estimación de la variable en estudio.
- Elaboración del Modelo de decisión.
- Validar los resultados.

A continuación se expone un ejemplo en que se aplica el Muestreo Aleatorio Simple con reposición, que es el que hemos estudiado.

[3] Jorge Carbajal Torres: *Aplicaciones del muestreo estadístico a la Auditoría de Cuentas*, pp. 5 – 10.

1er paso: Exponer el problema de muestreo.

1. Definir de una manera rigurosa, la cantidad o cantidades a estimar: La cantidad a estimar es el valor promedio de las facturas de una compañía, durante un mes.
2. Definir la población del muestreo. La población consiste en 100 facturas como se ha expresado antes. Numeradas consecutivamente del 1 al 100 y que tienen los valores brutos en la tabla No. 1.
3. Definir los objetivos exactos del procedimiento de muestreo.

Se desea que el procedimiento de muestreo suministre una estimación del valor medio de factura con una exactitud equivalente a una precisión absoluta de $\pm$ 1,70 y una seguridad del 95 %.

2do paso: Especificar el plan de muestreo.

1. Especificar el tipo de plan de muestreo. El plan de muestreo será un plan de muestreo no restringido. La muestra será sacada, reemplazándola, de una población total de 100 facturas.
2. Especificar la unidad de muestreo. La unidad de muestreo será una factura.
3. Especificar el método de selección de la muestra. Las facturas serán seleccionadas al azar, con ayuda de una tabla de números aleatorios.

3er paso: Sacar una muestra preliminar con objeto de estimar la varianza de la población y calcular la dimensión de la muestra.

1. Sacar una muestra preliminar de 10 partidas.
2. Calcular la varianza estimada de la población utilizando:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2$$

De cálculos anteriores tenemos que s^2 = 24,47; realmente esta muestra piloto es muy pequeña, lo hacemos solo a manera de ilustración (debe ser al menos 30 partidas).

Calcular la dimensión de la muestra

$$n = \frac{z^2_{1-\frac{\alpha}{2}}\, s^2}{d^2}$$

En este caso la precisión (error tolerable) que se demanda es 1,70, el percentil de la distribución normal a un nivel de confianza del 95% es 1,96 y s^2 = 24,47 entonces tendremos que: $n = 33$

Como se puede apreciar, si nos hubiéramos planteado una mayor precisión (un menor error máximo admisible) entonces n sería mayor. Sucede lo mismo con el nivel de confiabilidad, aumenta este, aumenta n.

4to paso: Sacar al azar las partidas adicionales requeridas.
Se obtuvo una muestra inicialmente de 10 partidas, y por los cálculos efectuados en el tercer paso n es 33, por lo tanto, debe sacarse una muestra aleatoria adicional de 23 facturas.

5to paso: Se seleccionaron las 23 facturas.
Recordemos que comenzamos por la fila 10, columna 5 del primer bloque.

6to paso: Calcular la exactitud, precisión y seguridad de la muestra combinada.

$$\overline{x} = \frac{64\ 451}{33} = 19,5$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = 39,7$$

$$s = 6,30$$

Calcular la precisión de la estimación de la muestra, para el nivel de seguridad planteado.

$$d = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$d = 1{,}96 \quad \frac{6{,}30}{5{,}8}$$

$$d = (1{,}96)\,(1{,}08) = 2{,}11$$

7mo paso: Valorar los resultados de la muestra.

1. La mejor estimación del valor medio de facturas es 19,5.
2. La precisión de esta estimación es $\pm$ 2,11.
3. La seguridad de esta estimación es del 95 %.

El intervalo de confianza es:

$$(19{,}5 \;\pm\; 2{,}11)$$
$$(17{,}39\; ;\; 21{,}61)$$

Este intervalo se espera contenga a μ con un 95 % de confianza.

Al compararlo con el nivel de precisión deseado, una precisión absoluta de 1,70, la exactitud real de la muestra es menor (mayor valor de d). En esta situación se abren dos posibilidades alternativas:

(a) La exactitud de los resultados actuales se puede aceptar como adecuada, aunque menos que el punto de exactitud inicial.
(b) Para alcanzar con exactitud el objetivo deseado, se puede sacar una muestra adicional.

Para evitar este segundo paso, en la práctica se añade un pequeño margen de seguridad (del 5 al 10 %) a la muestra primitiva para evitar calcular la nueva dimensión de la muestra y sacar una muestra complementaria.

Veamos un ejemplo:

Una empresa H tiene 12 000 cuentas de clientes. La empresa desea estimar el valor medio por cuenta con una precisión relativa del 5 % (una precisión absoluta del 5 % de la estimación de la muestra) y una seguridad del 5 %. La compañía ha sacado una muestra aleatoria previa de 30 cuentas. Los valores de las cuentas son:

127,80	166,00	31,75
83,45	132,12	197,07
213,10	77,18	138,99
91,76	203,01	117,93
244,81	44,67	243,00
187,15	172,39	200,16
56,88	149,97	83,58
144,32	222,42	156,44
265,16	180,16	129,40
107,12	97,56	231,16

¿Qué dimensión de la muestra adicional recomendaría Ud. que sacara la compañía?

Solución.

Conocemos que la fórmula del tamaño de la muestra es:

$$n = \frac{z^2_{1-\frac{\alpha}{2}} s^2}{d^2}$$

$$Precisión\ relativa = \frac{Precisión\ absoluta}{Estimación\ de\ la\ muestra}$$

El valor medio estimado en cuenta es: \$ 149.88

$$0,05 = \frac{d}{\$149.88}$$

d = \$7,49 precisión absoluta

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum (x_i - \bar{x})^2} = 63,15$$

Ya con estos cálculos, puede calcularse la dimensión de la muestra,

$$n = \left(\frac{1,96 \times 63,15}{7,49}\right)^2 = 273$$ es el tamaño de muestra deseado.

Se tendrá que seleccionar 273 – 30 = 243 elementos.

Muestreo Irrestricto Aleatorio para datos cuantitativos y cualitativos. Estimadores. Varianzas. Tamaño de muestra. Intervalos de confianza.

El muestreo estadístico se realiza por lo general, utilizando el muestreo aleatorio sin reemplazo, en el sentido de que, cuando se selecciona una partida, no se regresa a la población. A este muestreo sin reemplazo algunos autores le llaman Muestreo Irrestricto Aleatorio. Al igual que en el tema anterior, veremos tanto el muestreo para datos cuantitativos (conocido en Auditoría como Muestreo por variables) y como el muestreo para datos cualitativos (muestreo por atributos).

Estimadores

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \quad \text{media muestral}$$

$$\hat{X} = N\overline{x} \quad \text{estimador del total poblacional}$$

$$\hat{p} = \frac{n_c}{n} \quad \text{proporción muestral}$$

$$\hat{X} = N\hat{p} \quad \text{estimador del total poblacional}$$

Como ya mencionamos anteriormente, aunque el muestreo con reemplazamiento es un caso simple a considerar desde el punto de vista teórico, las muestras verdaderas raramente se sacan con reposición. En primer lugar, esta forma de extraer los elementos consume más tiempo, y en segundo lugar, este muestreo no es eficiente. Sobre una base intuitiva, puede verse que el incluir una partida dos veces en la muestra, no añade ninguna información sobre la población de la que se obtiene. Como resultado el muestreo con reposición requiere dimensiones mayores de muestras.

El muestreo sin reemplazamiento no afecta a la varianza de la población de la que se obtiene la muestra, el efecto del no reemplazamiento, sin embargo, se refleja en la fórmula de $\sigma_{\overline{x}}^2$, la cual ahora utiliza el factor de corrección para poblaciones finitas, o sea:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{N-n}{N}\frac{S^2}{n} \quad \text{y}$$

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{N-n}{N}\frac{s^2}{n}$$

Indirectamente, desde luego, el ajuste de la varianza de $\bar{x}$ afecta la dimensión de la muestra.

Tamaño de la muestra al estimar μ

Aquí vamos a plantear lo siguiente:

Primero se utiliza la fórmula del tamaño de muestra en el muestreo aleatorio simple con reemplazamiento.

$$n_0 = \frac{z^2_{1-\frac{\alpha}{2}} s^2}{d^2}$$

2do Como ahora se conoce el tamaño de la población (muestreo para poblaciones finitas), entonces:

$$n = \frac{n_0}{1+\frac{n_0}{N}}$$

y se ajusta el tamaño de la muestra. Esta diferencia en el cálculo de n con respecto al muestreo con reposición se debe a que aquí la varianza de $\bar{x}$, utiliza el corrector para poblaciones finitas, o sea:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{N-n}{N}\frac{s^2}{n}$$

si la fracción de muestreo $\frac{n}{N} \leq 0{,}05$, se puede eliminar el corrector para poblaciones finitas:

Tamaño de muestra para estimar el total poblacional

1º $$n_0 = \frac{z^2_{1-\frac{\alpha}{2}} s^2}{d^2}$$

2º $$n = \frac{n_0}{\frac{1}{n^2} + \frac{n_0}{N}}$$

Y se ajusta el tamaño de la muestra. Esta diferencia se debe a que aquí la varianza del estimador del total poblacional utiliza el factor de corrección para poblaciones finitas, o sea:

$$\hat{\sigma}^{2}_{\hat{X}} = N^2 \frac{N-n}{N} \frac{s^2}{n}$$

Y si la fracción de muestreo $\frac{n}{N}$ es menor que 0,05 se puede eliminar el corrector para poblaciones finitas.

Intervalo de confianza para μ

$$\left(\bar{x} \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{N-n}{N} \frac{s^2}{n}} \right)$$

Intervalo de confianza para X

$$\left(\hat{X} \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{N(N-n)} \frac{s^2}{n} \right)$$

Tamaño de muestra al estimar p

1º $$n_0 = \frac{z_{1-\frac{\alpha}{2}}^{2} p(1-p)}{d^2}$$

2º $$n = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}}$$

Recordemos que si no se conoce P podemos utilizar P = 0,5 y nos da el n máximo, lo que garantiza que es un tamaño adecuado, que no nos quedaríamos por debajo del necesario.

$$\sigma^2_{\hat{p}} = \frac{N-n}{N-1} \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n-1}$$

y entonces el **Intervalo de Confianza para P** es:

$$\left(\hat{p} \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1} \; \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n-1}} \right)$$

Ejemplo ilustrativo

La empresa x necesita estimar la proporción de sus 1 000 expendedores que están vendiendo gasolina a precios superiores a los de su principal competidor, la Empresa ENTEL. Con una estimación hecha superficialmente, creen que un 30% aproximadamente lo están haciendo así: Necesitan tener el 90% de seguridad con una precisión absoluta del 0,05. En que tamaño de la muestra debe obtenerse si se aplica el muestreo aleatorio simple sin reemplazamiento?

De una muestra se conoce que $\hat{p} = 0{,}30$

Se plantea un 1- α y una d = 0,05

$$n_0 = \frac{1{,}64^2 (0{,}30)(0{,}70)}{0{,}05^2} = 226 \qquad n = \frac{226}{1 + \dfrac{226}{10000}} = 222$$

Muestreo Aleatorio Estratificado

Este diseño consiste en dividir la población en subpoblaciones, de forma tal que la unión de ellas sea la población y la intersección de cualesquiera dos de ellas sea el conjunto vacío. Las sub-poblaciones reciben el nombre de estratos, los cuales deben conformarse de modo que sus elementos sean homogéneos. El tamaño de la muestra se distribuye entre los estratos, pero lo que caracteriza al MAE, es que la selección de la muestra de cada estrato, se realiza mediante el muestreo irrestricto aleatorio, e independientemente entre los diferentes estratos, lo que aumenta la precisión de la estimación.

Ejemplos donde es aplicable.

1) Cuando se desea estudiar la composición de edades de una población, que la integran niños, adultos y ancianos (3 estratos).
2) Cuando se estudian categorías sociales: obrero, técnicos, administrativos y dirigentes.
3) En la auditoria de Medios de Rotación.

4) En la auditoria de facturas y órdenes de compra.
5) Una población puede ser dividida o estratificada de acuerdo con el grado del riesgo que tienen los artículos en cuanto a pérdidas o hurtos. En una prueba de inventarios, por ejemplo algunos artículos pueden ser tan pesados, voluminosos o difíciles de mover, que tienen un riesgo de pérdida muy pequeño. Al mismo tiempo, otros artículos que son fáciles de transportar, deseables para usos personales y accesibles para el personal no autorizado, estarán sujetas a un mayor grado de riesgo.

Notación:

N- tamaño de población

L- número de estratos

N_h- número de unidades en el estrato de h- ésimo

Entonces:

$$N = N_1 + N_2 + \ldots + N_L$$

A continuación se definen los símbolos, parámetros y estimadores correspondientes al estrato h- ésimo.

Se designará por X_{hi} la característica medida en la i-ésima unidad, entonces la media y el total poblacional vienen dado por:

$$\overline{X}_h = \frac{1}{N_h}\sum_{i=1}^{N_h} X_{hi} \qquad X_h = \sum_{i=1}^{N_h} X_{hi} = N_h\,\overline{X}_h$$

La media muestral y el estimador del total se definen por:

$$\overline{x}_h = \frac{1}{n_h}\sum_{i=1}^{N_h} X_{hi} \qquad \hat{X}_h = N_h\,\overline{x}_h$$

donde n_h es el número de unidades seleccionadas en la muestra, en el estrato h-ésimo.

Estimadores y parámetros en la población

$$\overline{X}\ est = \sum_{h=1}^{L}\left(\frac{N_h}{N}\right)\overline{X}_h$$

$$= \frac{1}{N_h}\sum_{h=1}^{L}\sum_{i=1}^{N_h} X_{hi}$$

Siendo $\frac{N_h}{N}$ la ponderación del estrato h-ésimo y se denota por W_h El estimador de la media poblacional se define por:

$$\bar{x}\,est = \sum_{h=1}^{L} \frac{N_h}{N}\ \bar{x}_h$$

El total poblacional se define por:

$$Xest = \sum_{h=1}^{L} X_h$$

$$\hat{X}\,est = \sum_{h=1}^{L} \hat{X}_h$$

Distribución de la muestra en los diferentes estratos. Se explican dos formas de asignar la muestra en los diferentes estratos:

1º Asignación proporcional

$$n_h = \frac{N_h}{N}\ .\ n$$

Siendo n tamaño de la muestra

n_h – tamaño de la muestra en el estrato h-ésimo .Como se aprecia, se distribuye el tamaño de la muestra de acuerdo con el tamaño del estrato.

2º Asignación de Neyman

$$n_h = \frac{\frac{N_h}{N} S_h}{\sum_{h=1}^{L} \frac{N_h S_h}{N}}$$

$$S_h^2 = \frac{1}{N_h - 1} \sum_{i=1}^{N_h} \left(X_{hi} - \bar{X}_h \right)^2$$ cuasivarianza poblacional

$$s_h^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum_{i=1}^{n_h} \left(x_{hi} - \bar{x}_h \right)^2$$ Varianza muestral

Tamaño de la muestra

$$n=\frac{\sum_{h=1}^{L}\frac{N_h}{N}\;S_h^2}{\sigma_0^2\;+\frac{1}{N}\sum\frac{N_h}{N}\;S_h^2}$$

Esta es la fórmula del tamaño de la muestra con asignación proporcional.

σ_0^2 : Varianza deseada

<u>Tamaño de muestreo con asignación de Neyman</u>

$$n=\frac{\left(\sum_{h=i}^{L}\frac{N_h}{N}\,S_h\right)^2}{\sigma_0^2+\frac{1}{N}\sum\frac{N_h}{N}\,S_h^2}$$

Muestreo Aleatorio Estratificado para datos cualitativos

Frecuentemente se hace necesario estimar, auditar, someter a prueba, la proporción de unidades en la población, que cumple determinada característica. Por ejemplo cuando trabajamos en el Muestreo de Atributos que aplicamos el MAE.

A continuación se definirá los símbolos, estimadores y parámetros poblacionales del estrato h-ésimo.

La proporción y el total poblacional se definen por:

$$p_h=\frac{1}{N_h}\sum_{i=1}^{N_h}X_{hi}\quad \text{y}\quad X_h=\sum_{i=1}^{N_h}X_{hi}=N_hP_h$$

La proporción muestral y el estimador del total, se definen por:

$$\hat{p}_h=\frac{1}{n_h}\sum_{i=1}^{n_h}x_{hi}\quad \text{y}\quad \hat{X}_h=\frac{N_h}{n_h}\sum_{i=1}^{n_h}X_{hi}=N_h\hat{p}_h$$

Parámetro y estimadores correspondiente a la población

$$P\,est=\sum_{h=1}^{L}\left(\frac{N_h}{N}\right)\;P_h\quad \text{Proporción poblacional}$$

$$\hat{p}\;est=\sum_{h=1}^{L}\left(\frac{N_h}{N}\right)\hat{P}_h\quad \text{Proporción muestral}$$

$$X\ est = \sum_{h=1}^{L} N_h P_h \qquad \text{Total poblacional}$$

$$\hat{X}\ est = \sum_{h=1}^{L} N_h \hat{P}_h \qquad \text{Estimador del total poblacional}$$

Distribución de la muestra en los diferentes estratos

Al igual que para datos cuantitativos, presentamos dos métodos para asignar la muestra.

1º Asignación proporcional

$$n_h = \frac{N_h}{N} . n$$

2º Asignación Neyman

$$n_h = \frac{\frac{N_h}{N}\sqrt{P_h(1-P_h)}}{\sum_{h=1}^{L}\frac{N_h}{N}\sqrt{P_h(1-P_h)}}$$

Tamaño de la muestra con asignación proporcional

$$n = \frac{\sum_{h=1}^{L}\frac{N_h}{N} P_h(1-P_h)}{\sigma_0^2 + \frac{1}{N}\sum^{L}\frac{N_h}{N}P_h(1-P_h)}$$

y con asignación de Neyman

$$n = \frac{\left(\sum_{h=1}^{L}\frac{N_h}{N}\sqrt{P_h(1-P_h)}\right)^2}{\sigma_0^2 + \frac{1}{N}\sum_{h=1}^{L}\frac{N_h}{N}P_h(1-P_h)}$$

Ejemplo ilustrativo: Una población que consta de 3 000 transacciones se ha estratificado de la siguiente forma:

Grupos de Valores	Números de transacciones
1 000 o más	100
de 100 a 1 000	900
menos de 100	2 000
	3 000

El auditor desea determinar con un nivel de confianza del 95%, si el valor total registrado es correcto dentro del margen de ± $ 50 000.

La fórmula del tamaño de la muestra a utilizar con asignación proporcional es la siguiente:

$$n = \frac{\sum^{L} \frac{N_h}{N} S_h^2}{\sigma_0^2 + \frac{1}{N} \sum \frac{N_h}{N} S_h^2}$$

Se tomó una muestra piloto y se distribuyó en los diferentes estratos y se determinó s_h^2, es decir se utilizó

$$S_h^2 = \frac{1}{n_h - 1} \sum_{i=1}^{n_h} (X_{hi} - \bar{x}_h)^2$$

Para estimar el valor s_h^2 - varianza del estrato h- ésimo

s_h^2	N_h	$\frac{N_h}{N} S_h^2$
2 250 000	100	67 500
90 000	900	27 000
900	2 000	603
		95 103

Sustituyendo en la fórmula anterior, tendremos que n = 912.

Con un margen de error de ± $50 000, necesitamos una muestra de 912.

¿Cómo se eligió la varianza deseada?

$$d = z_{1-\frac{\alpha}{2}} \hat{\sigma}_{\bar{x}\, est} \qquad \frac{50000}{3000} = 16,67$$

$$\frac{d}{z_{1-\frac{\alpha}{2}}} = \hat{\sigma}_{\bar{x}\ est}$$

$$\frac{16,67}{1,96} = \hat{\sigma}_{\bar{x}\, est}$$

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}\,est} = 8{,}505$$

$$\hat{\sigma}^2_{\bar{x}\;est} = 72{,}33$$

Muestro de conglomerados monoetápico

En ocasiones no es posible listar todos los elementos de una población o simplemente la población es muy grande. Sin embargo es posible tener un listado, digamos de las gavetas en que se encuentran los documentos y entonces en este caso el auditor podrá utilizar el muestreo de conglomerados, o sea cada gaveta, cada archivo, es un conglomerado. Cuando las unidades son conglomerados que se seleccionan por el procedimiento del MIA y se enumeran todos los elementos de los seleccionados en la muestra, entonces el procedimiento de muestreo se denomina muestreo de conglomerados monoetápico (MCM).

A veces no es posible aplicar el MCM, ya que resulta imposible, desde el punto de vista económico, enumerar todas las unidades en los conglomerados seleccionados en la muestra y entonces se selecciona una parte del conglomerado seleccionado. Como puede apreciarse, primero se seleccionan conglomerados, y se denominan unidades de primera etapa y después se escoge una muestra de elementos de cada uno de ellos, que se denominan unidades de segunda etapa. Este procedimiento se conoce como Muestreo bietápico aleatorio (MBA).

Ejemplo ilustrativo no. 1

Supóngase que el auditor se interesa en examinar artículos archivados en 100 gavetas. El total de la población es de 10 000 artículos. Esto significa que hay 100 artículos por gaveta. El auditor se ha decidido por un tamaño de muestra de 500 artículos y desea examinar 5 conglomerados y seleccionar todos los artículos en los cinco conglomerados (gavetas). Estaría aplicando MCM.

El caso de que el auditor tome una muestra de 500 artículos y desea examinar 20 conglomerado y seleccionar 25 artículos por conglomerado, estaría aplicando el MBA.

Ejemplo 2

Tenemos una población de 100 000 unidades y el auditor está interesado en la falta o existencia del sello de inspección de las unidades colocadas en 500 gavetas, cada una de las cuales tiene 200 documentos. La aplicación del Muestreo Aleatorio traerá como consecuencia un trabajo engorroso, pues el auditor tendrá que hacer selecciones en casi todas las gavetas. Un muestreo de conglomerados en dos etapas (MBA) sería entonces conveniente. Las gavetas serían los conglomerados (unidades de primera etapa) y después seleccionaría documentos dentro de los conglomerados o gavetas (unidades de segunda etapa).

Nos planteamos una tasa esperada de ocurrencia del 5% y un nivel de confianza del 95% y resultaría un tamaño de muestra de 454.

El auditor asignará números a cada una de las gavetas y seleccionará 20 de ellas, utilizando las tablas de números aleatorios y luego examinará 23 documentos de cada gaveta por método de selección.

Hasta aquí, la primera parte de este trabajo sobre las técnicas de muestreo aplicadas a la Auditoria, en el próximo artículo se abordará la segunda parte, sobre dichas técnicas y en subsiguientes, otras aplicaciones en otras áreas empresariales.

Conclusiones

- Se conoce que regularmente la selección de la muestra se ha efectuado por iniciativa o a criterio del auditor, basado en su experiencia de trabajo, conocimiento de la actividad, la entidad a auditar, etc. Este procedimiento de muestreo, denominado en términos generales, en base a opiniones del auditor, que sin duda debe formar parte del instrumental de la auditoría, pero debe tenerse en cuenta como contrapartida, que los auditores tienen a su alcance el muestreo estadístico, que se basa en la utilización de técnicas matemático-estadísticas originadas en el cálculo de probabilidades y que se ha expuesto en este articulo; de utilizar el auditor el muestreo estadístico tiene la ventaja de permitir fijar límites, estadísticamente determinables, a las incertidumbres y riesgos en el proceso de prueba.

- Se presentó el muestreo aleatorio simple con y sin reposición así como, su aplicación en el ámbito de la contabilidad y específicamente en el marco de la auditoria.
- Fue expuesto además, el muestreo aleatorio estratificado por considerarse un diseño que garantiza mayor eficiencia que el diseño anteriormente presentado.
- Finalmente, se expone el muestreo por conglomerado, diseño menos planteado en la bibliografía contemporánea sobre auditoría, sin embargo, se considera pudiera tener una mayor utilización.

Bibliografía

Taylor, Donald : *Auditoría, Integración de conceptos y procedimientos.* Editorial Limusa, 1998.

Cook y Winkle: *Decreto Ley No. 159 de la Auditoría*. ONA, junio, 1995.

Carbajal Torres, Jorge: *Aplicaciones del Muestreo Estadístico a la Auditoría de Cuentas*. Santander, febrero, 1997.

Regulaciones y Normas de Auditoría Estatal. Resolución no.44/90 y Reglamento. Resolución no. 22/91. Comité Estatal de Finanzas, Ciudad de La Habana, 1991.

Calero, Arístides: *Técnicas de Muestreo.* Editorial Pueblo y Educación, La Habana, 1978.

Cyert y Davidson: *El Muestreo Estadístico Aplicado a la Censura de Cuentas*. Barcelona, 1962.