

# INTEGRACIÓN DE LA SIMULACIÓN, LA REGRESIÓN Y LA OPTIMIZACIÓN MULTI OBJETIVO PARA DETERMINAR LOS RECURSOS EN UN BANCO.

Edith Martínez Delgado\*, Caridad González Sánchez\*\*, Rosario Garza Ríos<sup>1</sup>\*, Caridad Hernández Asco\*

\*Facultad de Ingeniería Industrial, Instituto Superior Politécnico "José A. Echevarría", La Habana, Cuba

\*\*Centro de Estudio de Matemática para las Ciencias Técnicas (CEMAT), Instituto Superior Politécnico "José A. Echevarría", La Habana, Cuba

## ABSTRACT

In this paper is shown the integrated use of simulation, regression and multi-objective optimization, specifically goal programming, for the "optimal" resource values in a bank that serves the people and regional entities and in which it has been determined that the service is reduced due to the existence of delays in customers waiting time for the service, as well as the number of served customers. A procedure of simulation-optimization combining industrial engineering tools is used for diagnosis and description of the case study and analysis of the results with the techniques referred.

The results obtained confirm that both the procedure used and applied techniques are feasible to determine the amount of resources, so that adequate use of them and ensure a level of service that meets the expectations of the customers.

**KEYWORDS:** Simulation, Linear Regression, Multi-Objective Optimization, Goal Programming

**MSC:** 90B50

## RESUMEN

En el presente trabajo se muestra la utilización integrada de la simulación, la regresión y la optimización multiobjetivo, específicamente la programación por metas, para obtener los valores "óptimos" de los recursos en un Banco que presta servicios a la población y a entidades de la localidad (cantidad de ventanillas de atención y mesas comerciales), en el cual se ha determinado que el servicio es deficiente debido a la existencia de demoras tanto en la espera de los clientes para recibir el servicio, como en la cantidad de clientes que son atendidos.

Se utiliza un procedimiento de simulación-optimización que combina las herramientas de ingeniería industrial para el diagnóstico y descripción del caso estudio y el análisis de los resultados con las técnicas referidas anteriormente.

Los resultados obtenidos permiten validar que tanto el procedimiento utilizado como las técnicas aplicadas son factibles para determinar la cantidad de recursos, de modo que se garantice un adecuado aprovechamiento de éstos y se oferte un nivel de servicio que satisfaga las expectativas de los clientes.

**PALABRAS CLAVE:** Simulación, Regresión Lineal, Optimización Multi-Objetivo, Programación Por Metas

## 1. INTRODUCCIÓN

La simulación estadística ha sido una técnica ampliamente utilizada para modelar sistemas en los cuales se trabaja con variables aleatorias, lo que ha permitido estudiar la influencia que tienen diferentes modificaciones realizadas a los parámetros de estos, sin necesidad de efectuarlas físicamente sobre los resultados finales.

Dentro de las aplicaciones más difundidas de la simulación discreta se encuentra el análisis de sistemas donde los clientes reciben el servicio de una entidad comercial. Muchos de ellos reciben el servicio cara a cara in situ entre los que se encuentran: peluquería, cafetería, restaurantes, oficinas de correo, bancos, cajas en un supermercado entre otras, así como en otros sistemas de servicio donde las estaciones que brindan el mismo se trasladan hacia el cliente por ejemplo en talleres de reparación, gasolineras y otros.

Entre los objetivos del uso de la simulación están; el identificar los cuellos de botella, la realización de un balance de carga y capacidad en las líneas productivas o de servicio, minimizar tiempos de espera de diferentes sistemas de servicio (aeroportuarios, hospitales, restaurantes, etc.) y valorar alternativas de organización del trabajo para mejorar el desempeño de las organizaciones entre otras.

El enfoque simulación – optimización ha sido introducido en la literatura como un elemento que fortalece el uso de la simulación en el proceso de toma de decisiones, dado que permite la obtención de los mejores valores de las

---

<sup>1</sup> E mail: rosariog@ind.cujae.edu.cu

variables de entrada o factores controlables, estos son; los que más influyen en la respuesta del sistema y proporcionan las condiciones óptimas para el funcionamiento del mismo. Además permiten obtener la mejor combinación de los recursos para optimizar una medida de efectividad, considerando como restricciones, la variación en las cantidades de los mismos.

Este enfoque ha sido de gran utilidad en la esfera de los servicios, ya sea en servicios de salud [13], [4], o en distribución [3], entre otras. En los mismos se desean obtener los valores óptimos de los recursos que permitan minimizar los tiempos de espera, tiempos en el sistema, costos, así como, maximizar la cantidad de clientes o cualquier otra variable de salida que garantice un funcionamiento eficiente de la organización.

Para la utilización del enfoque simulación – optimización se han diseñado diferentes procedimientos [10], [15], y [3], entre otros, en los cuales se incluye una etapa de obtención del modelo matemático y su solución proponiendo la utilización de diferentes herramientas estadísticas para la estimación del polinomio de mejor ajuste que caracteriza la situación problemática, así como el método que permite obtener los valores de las variables de decisión definidas.

Sin embargo, todos ellos consideran realmente una única medida de efectividad a optimizar ya sea porque hacen mención exclusiva de un único criterio o porque a pesar de mencionar a más de uno, la concepción del método de solución empleado utiliza un enfoque monocriterial. Si lo que se desea obtener es la mejor combinación de los factores controlables considerando un conjunto de criterios, no resulta conveniente utilizar este enfoque para resolver el problema. En [20], [16], [5] han propuesto la utilización de técnicas multiatributo para esta situación, no obstante si lo que se desea es determinar la combinación óptima de estos factores controlables es necesario reconocer este problema como de diseño y resolverlo a través de la optimización multiobjetivo.

Para resolver un problema de este tipo se han desarrollado diversos métodos y enfoques entre los que se pueden citar: el de la unificación de la función objetivo a través de los métodos de Criterio global, Función de utilidad, Desviación mínima, Restricción de compromiso y Función de compromiso; el Goal Programming con distintas variantes [17], [19], [8]; el interactivo con el método Step, el método basado en la Teoría de Juegos, el método Monolith y otros tales como la Programación de Novo [12]. Uno de los métodos más difundidos es precisamente la Programación por metas o Goal Programming, ya que proporciona una manera racional de intentar alcanzar varios objetivos de manera simultánea, jerarquizando los mismos y teniendo valores que constituyen referencias deseables de alcanzar. Este enfoque garantiza siempre la obtención de soluciones eficientes y factibles con la posibilidad de indicar la cantidad de recursos que se necesitan, para cumplir con las metas deseadas.

El desarrollo alcanzado por las nuevas tecnologías de la informática y las comunicaciones han hecho posible la elaboración de software especializados de simulación entre los que se encuentran el ARENA [7] y PROMODEL [6], los cuales han incorporado un módulo, (OptQuest y SIMRunner, respectivamente), que permite obtener los valores óptimos de los recursos para maximizar o minimizar una medida de efectividad seleccionada, utilizando para ello una única función. En el caso de considerar varias funciones utilizan un enfoque de unificación de la función objetivo siendo necesario priorizar las funciones definidas. Encontrar la función que mejor se ajuste a las funciones definidas adquiere especial significación por cuanto para una función objetivo la solución óptima encontrada se puede considerar que es válida, sin embargo no ocurre así cuando se está en presencia de la optimización multiobjetivo.

Este enfoque es utilizado para determinar el tamaño del equipo desarrollador del software en el cual se desea minimizar el tiempo de terminación del proyecto y el costo, maximizando la productividad [18].

Para determinar la función objetivo que caracteriza el comportamiento de las variables aleatorias, es útil emplear como técnica estadística, el análisis de regresión lineal, el que posibilita explorar y cuantificar la relación entre una variable dependiente y una o más variables independientes o predictoras, así como desarrollar una ecuación lineal con fines predictivos.

La representación de la relación entre dos (o más) variables a través de un modelo formal supone contar con una expresión lógico-matemática que, aparte de resumir cómo es esa relación, va a permitir realizar predicciones de los valores que tomarán las variables.

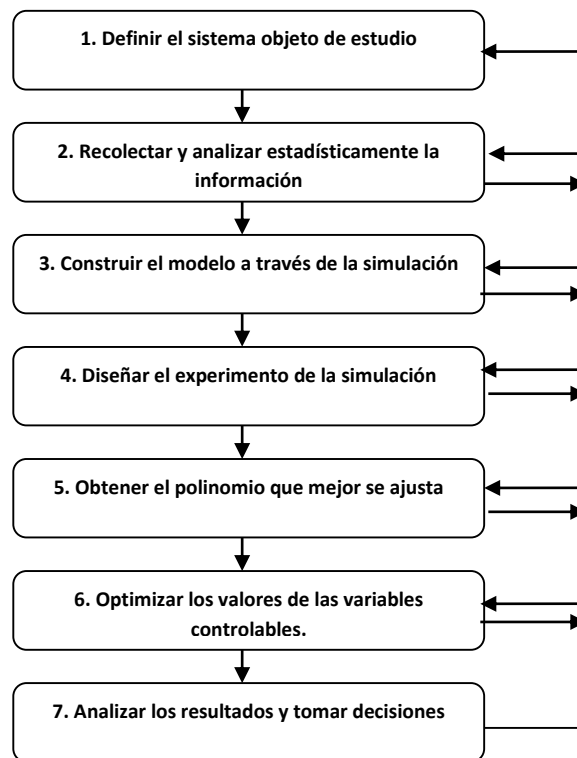
El modelo de regresión lineal es el más utilizado para predecir los valores de una variable cuantitativa a partir de los valores de otra variable explicativa también cuantitativa [14]. Una generalización de este modelo, lo es el de regresión lineal múltiple, que permite considerar más de una variable explicativa cuantitativa. Existen varios métodos para construir el modelo de regresión, es decir, para seleccionar de entre todas las variables que se introducen en el modelo, cuáles son las que necesitamos para explicarlo. En esta investigación se utiliza el método paso a paso.

En el presente trabajo se muestra la utilización integrada de la simulación, la regresión y la optimización multiobjetivo específicamente la programación por metas para obtener los valores más satisfactorios de los recursos en un Banco que presta servicios a la población y a entidades de la localidad y en el cual se ha determinado que el servicio es deficiente debido a la demora en los tiempos de espera, de servicio y en la cantidad de clientes atendidos.

## 2. PROCEDIMIENTO DE TRABAJO

Para llevar a cabo un experimento de simulación - optimización se han desarrollado diferentes procedimientos [9], [11], [14], incluso algunos de ellos incluyen la fase de optimización [10], [1] y [15]. Todos estos procedimientos presentan un conjunto de pasos para realizar el experimento de simulación, no existiendo contradicción entre ellos. Sin embargo, aunque en algunos se propone la inclusión de más de una medida de efectividad no se hace uso de un método con enfoque multiobjetivo para resolver dicha situación.

Para el desarrollo del presente trabajo las autoras proponen un procedimiento que aunque no difiere totalmente de los anteriores permite, a través de la conformación de un problema de diseño multiobjetivo y la aplicación del Goal Programming, obtener la combinación más racional de los recursos que de forma más favorable satisface los múltiples criterios considerados en la problemática planteada, el que se muestra en la figura 1. En la misma aparecen los pasos que combinan las técnicas que lo conforman; técnicas de ingeniería industrial para el diagnóstico, descripción del caso estudio y el análisis de los resultados; herramientas estadísticas y las vinculadas con la aplicación de la investigación de operaciones.



**Figura 1.** Procedimiento de trabajo a utilizar  
Fuente: Elaboración propia

A continuación se da una breve descripción de cada paso del procedimiento de trabajo utilizado.

1. **Definir el sistema objeto de estudio:** En este paso se realiza una caracterización del objeto de estudio donde se describe el funcionamiento del mismo, definiéndose:
  - Los objetivos a alcanzar con el uso de la simulación.
  - Las medidas de desempeño de mayor interés para la organización.
  - Las diferentes configuraciones del sistema que se pueden valorar.
2. **Recolectar y analizar estadísticamente la información:** Para realizar un experimento de simulación es necesario conocer el comportamiento de aquellas variables que son aleatorias en el sistema. En este paso se recomienda utilizar algún software estadístico o las facilidades que brinda el lenguaje ARENA en la opción INPUT ANALIZER.
3. **Construir el modelo a través de la simulación:** Es en este paso donde se conforma el modelo de simulación, para ello se propone utilizar algún paquete informático, entre los diseñados. En el presente trabajo se utiliza el lenguaje ARENA por las facilidades que este brinda.
4. **Diseñar el experimento de la simulación:** Para que los resultados de la simulación se consideren confiables y por ende poder inferir acerca del comportamiento del sistema bajo estudio, es necesario definir la longitud

de la corrida y la cantidad de réplicas que deberán realizarse para determinar la cantidad de observaciones que deben ser tomadas en cuenta.

5. **Obtener el polinomio que mejor se ajusta:** Para determinar los factores que inciden en el comportamiento de las variables de estudio se propone utilizar una ecuación de regresión lineal, la cual describe la relación estadística entre uno o más predictores y la variable respuesta (variable definida según interés de la organización). La representación de la relación entre dos variables (o más) a través de un modelo formal supone contar con una expresión lógico-matemática que, aparte de resumir cómo es esa relación, va a permitir realizar estimaciones y pronósticos.
6. **Optimizar los valores de las variables controlables:** En este paso se debe conformar el modelo matemático, es decir se definen las funciones objetivos, las prioridades asignadas a los criterios de acuerdo al interés de la entidad. Entre los criterios más utilizados se encuentran: minimizar el tiempo de espera y el tiempo en el sistema, maximizar la cantidad de clientes atendidos y la utilización de las estaciones de servicio. Además, la conformación del modelo matemático debe especificar el sistema de restricciones. Finalmente se procede a seleccionar y aplicar el método de solución más adecuado.
7. **Analizar los resultados y tomar decisiones:** En correspondencia con los resultados alcanzados en el paso anterior se deben mostrar los resultados más importantes obtenidos para fundamentar la toma de decisiones. Para ello se propone la utilización de gráficos y tablas.

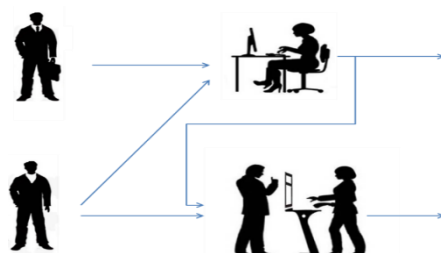
### 3. APLICACIÓN DEL PROCEDIMIENTO PROPUESTO EN LA DETERMINACIÓN DE LOS RECURSOS DE UN BANCO

En este epígrafe se ejemplifica el procedimiento descrito anteriormente a través de su aplicación en un Banco que presta servicio a la población y a entidades de una localidad.

#### 3.1 Descripción de la situación objeto de estudio (Paso 1)

Un Banco Comercial brinda los servicios que siguen:

- Apertura y cierre de cuentas bancarias.
- Apertura de tarjetas magnéticas.
- Traslados bancarios.
- Solicitud de créditos.
- Extracción e ingreso de dinero en las cuentas bancarias.
- Cobro de cheques.
- Cambio de moneda.
- Entre otras



**Figura 2.** Representación de la organización del trabajo del Banco objeto de estudio  
Fuente: Elaboración propia

Leyenda:



El mismo ha presentado problemas con las quejas de los clientes, tanto los de la población, como los representantes de las entidades, relacionadas con el tiempo de espera y el tiempo de permanencia en el banco hasta terminar el servicio, lo que ha provocado lento movimiento del dinero disponible en la entidad.

Actualmente los clientes (población) arriban y pasan a las ventanillas de atención o a las mesas de comercial, encargadas de realizar los trámites de apertura de cuenta bancaria y tarjeta magnética y pago de transferencias bancarias. Posteriormente, los clientes que han sido atendidos en las mesas pueden pasar a las ventanillas o simplemente retirarse del banco, mientras que los representantes de las empresas se dirigen primeramente a las mesas comerciales y al concluir este servicio pueden necesitar o no pasar por la ventanilla, donde tiene prioridad para recibirlo. Esta situación caracteriza típicamente un problema de fenómenos de espera o sistemas de servicios, en la figura 2 se representa el sistema descrito.

En el banco objeto de estudio existen 2 ventanillas o cajas y 2 mesas para trámites comerciales. En un estudio realizado por el gerente del mismo se obtuvo que el tiempo de espera en las mesas es de 58.80 minutos como promedio, mientras que el tiempo medio de espera en la caja es de 55.81 minutos, lo que provoca que el tiempo de estancia de los clientes (población y empresas) sea elevado lo que demuestra la no conformidad de los clientes al recibir el servicio.

Con el objetivo de mejorar el sistema de atención al cliente, el banco se ha propuesto reducir el tiempo que sus clientes permanecen en el banco (tanto la población como los representantes de empresas) y atender a la mayor cantidad posible de estos; aspectos que redundarán en un aumento del movimiento de dinero en la entidad. Se desea el aumento de la cantidad de recursos hasta 8 cajas y 5 mesas comerciales, sin embargo, es necesario considerar como un criterio más el costo tecnológico por la adquisición de dichos recursos, disponiendo para ello de un presupuesto. Los costos tecnológicos asociados a cada puesto de trabajo se muestran en la tabla 1.

**Tabla 1.** Costos de adquisición de la tecnología por puesto de trabajo

Puesto de trabajo	Equipo	Costo (USD)
Ventanilla (caja)	Conteo de billetes	395
	Mini impresora	102
	Unidad (PC)	473
	Monitor	218
	<b>TOTAL</b>	<b>793</b>
Mesa Comercial	Unidad (PC)	473
	Monitor	218
	Multifuncional (impresora, fotocopidora, escáner)	124
	<b>TOTAL</b>	<b>815</b>

### 3.2 Recolectar y analizar estadísticamente la información (Paso 2)

Considerando las características del sistema de servicios que se corresponde con la situación descrita y lo que se pretende alcanzar, las variables que influyen en el funcionamiento del banco son:

- Tiempo entre arribos de los tipos de clientes (empresa y población).
- Tiempo que demora la mesa de comercial en prestar el servicio a la población.
- Tiempo que demora la mesa de comercial en prestar el servicio a las empresas.
- Tiempo de servicio en la caja a la población.
- Tiempo de servicio en la caja a la empresa.

**Tabla 2.** Distribuciones probabilísticas de las variables con comportamiento aleatorio

Variables	Distribución y tiempo (minutos)	Recurso
Tiempo entre arribos de los representantes de empresas	Exponencial con $\mu = 20$	
Tiempo entre arribos de los clientes de la población	Exponencial con $\mu = 2$	
Tiempo que demora la mesa en realizar el servicio a la población	Triangular mínimo= 13 moda= 17 y máximo = 19	Mesa comercial
Tiempo que demora la mesa de comercial en realizar el servicio a las empresas	Normal con $\mu = 15$ y $\sigma = 3$	Mesa comercial
Tiempo de servicio en la caja a la población	Uniforme con A= 9 y B=11	Cajero
	Uniforme con A= 6 y B=10	
	Uniforme con A= 4 y B=6	
Tiempo de servicio en la caja a la empresa	Uniforme con A= 15 y B=20	Cajero

Para obtener el comportamiento de las variables mencionadas (distribución probabilística), se muestrean 10 días de trabajo del banco desde su hora de apertura hasta la hora de cierre (8:30 a.m. – 3:30 p.m.). Con el muestreo aleatorio se pudo determinar las funciones probabilísticas de las variables aleatorias, utilizando la opción Input ANALIZER del ARENA 7.01 [7]. En la tabla 2 se muestran las distribuciones determinadas para cada variable.

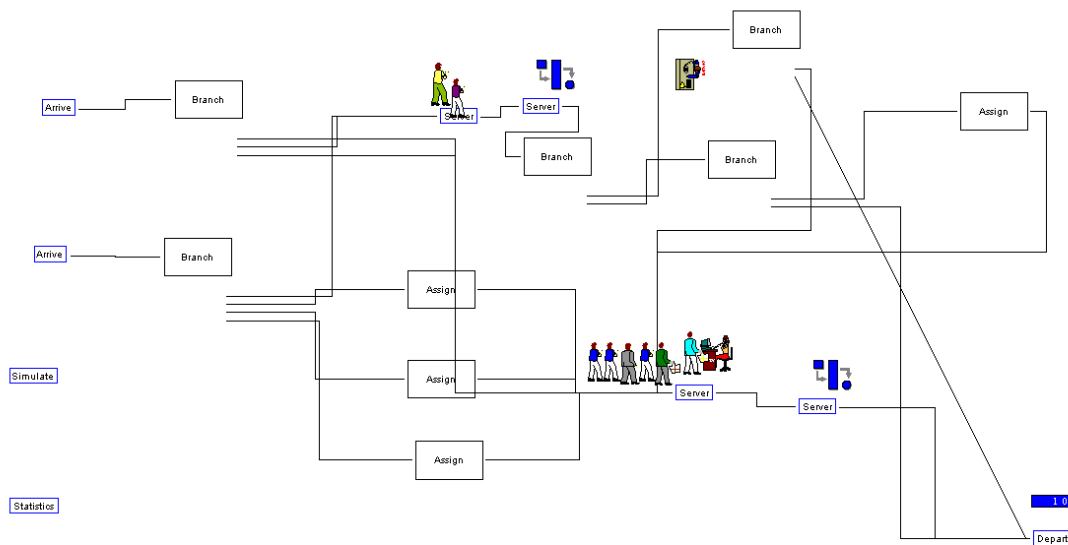
### 3.3 Construir el modelo de simulación (Paso 3)

En el diseño del modelo de simulación es necesario definir los factores controlables que influyen sobre las variables respuestas determinadas, considerando el criterio de la directiva de la organización que se estudia y teniendo en cuenta las variables aleatorias, definidas anteriormente, quedando los factores y variables que siguen:  
Factores controlables: cantidad de cajas y mesas comerciales en el banco.

Variables respuestas: Tiempo de espera en la caja, tiempo de espera en las mesas comerciales, tiempo en el sistema de la empresa, tiempo en el sistema de la población y cantidad de clientes totales atendidos.

En la figura 3 se muestra la modelación del sistema bajo estudio generado automáticamente por el programa que soporta al lenguaje ARENA. El modelo incluye las propuestas realizadas por la organización, empleando el panel COMMON para describir la secuencia de eventos que tienen lugar con el arribo de los dos tipos de entidades (clientes) al sistema de servicio y se visualiza en la figura indicada.

Figura 3. Modelo de Simulación en ARENA.



### 3.4 Diseño de experimento de la simulación (Paso 4)

A través de este paso se conoce la cantidad de corridas de simulación a realizar. Para ello es necesario:

- Seleccionar la longitud de la corrida: Atendiendo al régimen de trabajo se debe identificar si el sistema es con término o no. En este caso el sistema es con término considerando las 6 horas de trabajo.
- Determinar la cantidad de corridas (réplicas) a efectuar. Para ello se propone utilizar la siguiente ecuación [9].

$$n = n_0 \left( \frac{H_r}{H_d} \right)^2$$

donde:

$n_0$ : número de réplicas piloto.

$H_r$ : es la semiamplitud del intervalo en la salida de la muestra piloto.

$H_d$ : es la semiamplitud deseada del intervalo.

La variable independiente utilizada es la media del tiempo en el sistema por tipo de clientes separados en empresas y población y el tamaño de la muestra piloto es 5.

En la tabla 3 se muestra el número de réplicas determinadas para las dos variables seleccionadas.

Tabla 3. Cálculos para determinar el número de corridas

Variable	Media	HalfWidth	n*
Tiempo en el sistema de la población	102.02	20.213	78
Tiempo en el sistema de la empresa	54.481	7.1348	34.335

Atendiendo a los resultados alcanzados, se deben realizar 78 corridas del modelo diseñado.

### 3.5 Obtener el polinomio que mejor se ajusta (Paso 5)

El objetivo de este paso es obtener las expresiones matemáticas, modelos lineales de mejor ajuste para la estimación de las variables respuestas a partir de la combinación de las variables predictoras significativas. El estudio de variables del sistema para la obtención de los polinomios comienza con el análisis de correlación, utilizando como herramienta el coeficiente de relación lineal estimado de Pearson ( $r_{xy}$ ). En este caso se realiza el análisis de correlación para la cantidad total de clientes, el tiempo en el sistema para clientes de la población y para los representantes de la empresa, con todas las variables predictoras definidas. En la tabla 4 se muestran los resultados de la asociación lineal de estas, con la cantidad total de clientes.

**Tabla 4.** Matriz de Correlación obtenida con el MINITAB

	<b>Cant. total clientes</b>	<b>Cant. cajas</b>	<b>Cant. comerciales</b>	<b>Tsercaja</b>	<b>Tsercom</b>	<b>T. espera caja</b>
<b>Cant. cajas</b>	0,426 0,038					
<b>Cant.comerciales</b>	0,693 0,000	0,000 1,000				
<b>Tsercaja</b>	-0,363 0,082	-0,633 0,001	0,235 0,269			
<b>Tsercom</b>	0,596 0,002	0,052 0,810	0,632 0,001	0,304 0,149		
<b>T. espera caja</b>	-0,564 0,004	-0,732 0,000	0,052 0,811	0,964 0,000	0,106 0,621	
<b>T. esp. comercia</b>	<u>-0,782</u> 0,000	0,000 1,000	<u>-0,893</u> 0,000	-0,280 0,185	<u>-0,765</u> 0,000	-0,058 0,788

Para el análisis de relación lineal entre la cantidad total de clientes con las variables predictoras se puede apreciar que la de mayor relación lineal con la variable respuesta es el tiempo de espera en la mesa comercial,  $r_{ct} = -0.782$ , la cual está altamente correlacionada con la cantidad de mesas comerciales y tiempo de servicio en la mesa comercial. Como derivación de este efecto de multicolinealidad, no todas las variables son necesarias en el modelo, pues con la cantidad de mesas comerciales se explicaría en la ecuación el tiempo de espera y de servicio para la estimación de la cantidad total de clientes.

Aunque no se muestra en el trabajo, lo mismo ocurre en el análisis de correlación de los tiempos en el sistema de la empresa y la población (variables respuestas) con las variables predictoras, donde la cantidad de cajas y cantidad de mesas comerciales influyen sobre los tiempos de espera y de servicios. Por esta razón, con las variables cantidad de cajas y cantidad de mesas comerciales se pasa a obtener los modelos de regresión lineal múltiple que mejor ajustan.

**Tabla 5.** Ecuaciones de regresión obtenidas con el MINITAB

<b>Ecuaciones</b>	<b>(R-cuad)</b>
Cant.total Clientes = 148,03 + 2,456 Cant.cajas + 6,11 Cant. comerciales	86,22%
TSist.Emp = 58,34 - 7,972 Cant.comerciales	92,88%
T.Sist.población = 47,29 - 2,895 Cant. cajas - 3,771 Cant. comerciales	84,01%

De manera general, el estudio de regresión lineal múltiple permitió definir las variables que tienen mayor aporte significativo sobre las variables respuestas, las cuales son para los tres modelos; la cantidad de cajas y de mesas comerciales, las demás variables serán utilizadas en el sistema de restricciones del modelo matemático de Goal Programming.

Atendiendo a los resultados anteriores en la tabla 5 se muestran las ecuaciones de regresión lineal múltiple para las variables respuestas, utilizando como variables predictoras: la cantidad de cajas y cantidad de mesas comerciales, además del coeficiente de determinación, indicador de la calidad ajuste del modelo.

### 3.6 Optimizar los valores de las variables controlables (Paso 6)

A partir de las ecuaciones de regresión lineal múltiple obtenidas en el paso anterior, se diseña el modelo matemático para la optimización de la simulación que caracteriza el sistema bajo estudio, considerando los

intereses de la entidad. Note que en la función objetivo solamente se incluyen las variables que resultan ser significativas según el modelo de regresión obtenido anteriormente.

Variables de decisión:

$X_i$ : Cantidad de puestos tipo  $i$  a utilizar en el Banco

$i = 1, 2$ ; 1 = ventanillas (cajas) 2 = mesas comerciales

$Y_i$  : Cantidad de minutos que esperan los clientes en el puesto  $i$

$i = 1, 2$ ; 1 = ventanillas (cajas) 2 = mesas comerciales

$l_i$  : Cantidad de minutos que demora el servicio del puesto  $i$

$i = 1, 2$ ; 1 = ventanillas (cajas) 2 = mesas comerciales

$$\text{Max } Z = 148.03 + 2.456X_1 + 6.11X_2 \quad (1)$$

$$\text{Min } Z = 58.34 - 7.972X_2 \quad (2)$$

$$\text{Min } Z = 47.29 - 2.895X_1 - 3.771X_2 \quad (3)$$

sujeto a:

$$3 \leq X_1 \leq 8 \quad (4)$$

$$2 \leq X_2 \leq 5 \quad (5)$$

$$Y_1 + Y_2 \leq 30 \quad (6)$$

$$3 \leq l_1 \leq 11 \quad (7)$$

$$10 \leq l_2 \leq 20 \quad (8)$$

$$793X_1 + 815X_2 \leq 7650 \quad (9)$$

$$X_i \geq 0; Y_i \geq 0; l_i \geq 0 \quad (10)$$

Las ecuaciones 1, 2 y 3 representan las funciones objetivos del problema, en la 1 se maximiza la cantidad de clientes atendidos, mientras que en las ecuaciones 2 y 3 se está minimizando el tiempo en el sistema de los clientes de la empresa y de la población respectivamente.

Las restricciones 4 y 5 representan entre qué valores debe moverse la cantidad de recursos en cada puesto de trabajo (ventanilla y mesa comercial).

Las relación de las variables que intervienen en las restricciones 6, 7 y 8 con las variables que representan las variables de recursos están consideradas en los resultados que se obtienen en los modelos de regresión, sin embargo, es necesario explicitar en el modelo matemático de Goal Programming, los niveles de tiempos en que la organización requiere que se alcancen. De esta forma, el tiempo total de espera se establece que sea menor o igual a 30 minutos (restricción 6). Los tiempos de servicio por la caja y la mesa comercial deben estar entre 3 y 11 minutos (restricción 7) y entre 10 y 20 minutos (restricción 8).

Como se menciona anteriormente el costo total tecnológico debe tener el tratamiento de criterio a "optimizar" por lo que se considera una restricción soft donde la meta deseada es de \$7650 USD.

La ecuación 10 representa la restricción de no negatividad.

El modelo matemático expresado por el sistema de ecuaciones e inecuaciones del 1-9 representa un problema de optimización multiobjetivo el cual puede ser resuelto por cualquier método desarrollado al efecto. Las autoras proponen utilizar un enfoque de Programación por metas, teniendo en cuenta el interés emitido por la entidad de asignarle a cada función objetivo un nivel de aspiración, así como, establecer prioridades para el cumplimiento de las mismas. La tabla 6 muestra las prioridades y metas establecidas por la entidad.

**Tabla 6:** Prioridades y metas de las funciones objetivos

Función Objetivo	Prioridad	Meta
1	1	192
2	2	22
3	2	10

Costo	3	7650
-------	---	------

Para resolver este problema se hace uso del software SolverPro [2], el cual permite obtener las soluciones que se muestran en la tabla 7.

**Tabla 7.** Resultados obtenidos con la aplicación del SolverPro

Función objetivo	Prioridad	Meta	Resultados	
			Solución 1	Solución 2
			$X_1 = 4$ $X_2 = 5$	$X_1 = 5$ $X_2 = 5$
Cantidad de clientes	1	192	188	191
TSist empresa (minutos)	2	22	18.48	18.48
TSist población (minutos)	2	10	16.85	13.96
Costo (USD)	3	7650	7247	8040

Como se ha podido apreciar en la aplicación de los pasos anteriores del procedimiento se han empleado diferentes software: MINITAB (obtención del modelo de regresión), ARENA (simulación del sistema) y SolverPro (solución del modelo matemático multiobjetivo). No ha sido objetivo del presente trabajo integrar las herramientas matemáticas utilizadas en un software general, sino la integración de las mismas de forma armónica en la modelación del sistema.

### 3.7 Analizar los resultados y tomar decisiones (Paso 7)

A partir de los resultados obtenidos y mostrados en la tabla 7 se observa que la solución 2 es mejor que la 1 en cantidad de clientes atendidos (3 clientes) y en el tiempo en el sistema de la población (2.89 minutos); mientras que la solución 1 es mejor que la 2 en el costo tecnológico (793 USD).

Al comparar ambas soluciones con respecto a las metas planteadas se tiene que la solución 1 tiene un mejor comportamiento en los costos tecnológicos (ahorro de 403 USD) y peor comportamiento en la cantidad de clientes atendidos (4 clientes menos). La solución 2 tiene una cantidad de clientes atendidos más cerca a la meta (quedando por debajo solamente en 1 cliente) pero tiene un peor comportamiento en los costos (con un exceso de 390 USD). En cuanto al tiempo en el sistema para los representantes de empresas, ambas soluciones tienen el mismo valor mejorando en 3.52 minutos la meta establecida; es decir, empleando menos tiempo. Con respecto al tiempo en el sistema de la población ambas están alejadas e incumplen el valor de la meta en 3.96 minutos por parte de la solución 2 y 6.85 minutos en la solución 1.

Otros resultados de interés obtenidos con la simulación para estas variantes se muestran en la tabla 8.

**Tabla 8.** Otros resultados de la simulación

	% utilización de las ventanillas (cajas)	% utilización de las mesas de comercial	Tpo espera en las ventanillas (min)	Tpo espera en las mesas comerciales (min)
Solución 1	80	56	3.30	0.67
Solución 2	64	56	0.74	0.68

El decisor atendiendo a sus prioridades y los resultados mostrados anteriormente seleccionará la solución que más se adecue a sus condiciones. Una vez que se está en presencia de diferentes resultados para cada alternativa de solución, puede ser de ayuda aplicar alguna técnica multiatributo. Un enfoque relativamente sencillo que cae en este campo consiste en emplear un enfoque lexicográfico donde establezca una función ordinal de los criterios que desea considerar. Sin embargo, otros enfoques pueden ser usados, por ejemplo la filosofía de los ELECTRE. Proceso Analítico Jerárquico, EDIPO, u otro.

## 4. CONCLUSIONES

1. El procedimiento que se presenta en este trabajo se diferencia fundamentalmente de cualquier otro porque aplica en la solución del problema un enfoque de optimización multiobjetivo.

2. Se utilizan técnicas estadísticas, en particular el análisis de correlación y regresión lineal para determinar las relaciones existentes e incidencias de los factores controlables sobre las variables respuestas.
3. Aunque la aplicación del procedimiento se realiza en un banco, es extensible a cualquier otra organización más compleja, cuyo funcionamiento responda a un sistema de servicio.
4. El procedimiento con las herramientas que se proponen en cada paso resulta de gran utilidad, demostrando la efectividad de integrar armónicamente la simulación, el análisis de regresión y la optimización multiobjetivo para dimensionar racionalmente los recursos de una organización.
5. La modelación del sistema a través de la utilización de las herramientas propuestas, permitirá al decisor tener elementos cuantitativos para la toma de decisiones.
6. La importancia de este trabajo no radica solamente en los resultados numéricos alcanzados, sino en la utilidad de integrar convenientemente la simulación, el análisis de regresión y la optimización multiobjetivo para dimensionar racionalmente los recursos de una organización.

RECEIVED : JANUARY, 2016

REVISED : SEPTEMBER 2016

### REFERENCIAS

- [1] BANKS, J., CARSON, J., NELSON, B., AND NICOL, D., (2000): **Discrete – Event System Simulation**. Editorial Prentice Hall, México.
- [2] CARRALERO, J. FUENTES, N. AND TRAVIESO, J. (2006): SolverPro: un paquete que resuelve problemas de programación lineal, entera y multiobjetivo. **Trabajo presentado en el Concurso Nacional de Computación**, La Habana, 2006.
- [3] COSTA, Y., CASTAÑO, N. (2014): Simulación y optimización para dimensionar la flota de vehículos en operaciones logísticas de abastecimiento-distribución. **Revista Chilena de Ingeniería**, 23, 372- 382.
- [4] DELGADO, K., MEJÍA, M. (2011) Aplicación de la simulación discreta para proponer mejoras en los procesos de atención en el área de emergencia de un hospital público. **Revista de la Facultad de Ingeniería Industrial**, 14, 47-54.
- [5] GONZÁLEZ, C, GARZA R, AND MALO E. (2014): Enfoque híbrido simulación-proceso analítico jerárquico: caso de estudio del rediseño de un restaurante. **Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa**, 17, 23-41.
- [6] HARRELL, C., GHOSH, B., BOWDEN, R. (2010): **Simulation using Promodel**. Editorial McGraw Hill, México.
- [7] KELTON, W.D., SADOWSKI R., STURROCK D. (2009): **Simulation with ARENA**. Editorial McGraw Hill Science Engineering, México.
- [8] LARBANI, M., AOUNI, B. (2011): A new approach for generating efficient solutions within the goal programming model. **Journal of the Operational Research Society**, 62, 175-182.
- [9] LAW, A. (2006): **Simulation Modeling & Analysis with expertfit software**. Editorial McGraw Hill International, México.
- [10] LAW, A. M., KELTON W. D. (2000): **Simulation Modeling and Analysis**. Editorial McGraw-Hill, México.
- [11] LIEBERMAN, G., HILLIER, F. (2006): **Introducción a la Investigación de Operaciones**, Editorial Prentice Hall, México.
- [12] MARTÍNEZ E., BEAUSOLEIL R. (2000): Enfoque Multicriterial en el Establecimiento de Estructuras de Producción”, **Revista de Dirección, Organización y Administración de empresas**, 23, 111-119.
- [13] MEDINA, S., MEDINA, A., GONZÁLEZ, A. (2010): Reducir tiempos de espera de pacientes en el departamento de emergencias de un hospital utilizando simulación. **Revista de la Facultad de Ingeniería Industrial**, 13, 67-76.
- [14] MOLINA, G., RODRIGO, M. F. (2010): Modelo de regresión lineal. Estadística descriptiva en Psicología. Disponible en. <http://ocw.uv.es/ciencias-de-la-salud>. Consultado 20-10, 2015.
- [15] PÉREZ, I. (2001): Procedimiento para la optimización de experimentos simulados, **Tesis para optar por el título de Doctor**. La Habana. Cuba.
- [16] RABELO, L., ESKANDARI, H., SHALAN, T., HELAL, M. (2005): Supporting Simulation-Based Decision Making with the use of AHP Analysis, **Proceedings Winter Simulation Conference, Florida, USA**.
- [17] ROMERO, C. (2001). Extended lexicographic goal programming: a unifying approach. **Omega-International Journal of Management Science**, 29: 63-71.
- [18] RODRÍGUEZ, D., RUIZ, M., RIQUELME, J.C., HARRISON, R. (2011): Optimización multiobjetivo de la toma de decisiones en gestión de proyectos de software basada en simulación. Disponible en <http://lbd.udc.es/jornadas2011>. Consultado 15-9, 2015.

- [19] RODRÍGUEZ, M. V., CABALLERO, R., RUIZ, F., ROMERO, C. (2002). Meta-goal programming. **European Journal of Operational Research**, 136, 422-429.
- [20] XU, T., MOON, D.H., BAEK, S.G. (2012). A simulation study integrated with analytic hierarchy process (AHP) in an automotive manufacturing. **Simulation**, 88, 450 – 463.