Ciencias Matemáticas, Vol. 32, No. 2, Pag. 107-114, 2018
Recibido 02-2018

Modelo de Programación Lineal Difusa Multiobjetivo para la evacuación óptima de personas bajo amenaza de desastres naturales
Fuzzy Multiobjective Linear Programming Model for the optimal evacuation of people under threat of natural disasters

Ernesto Parra Inza[1]*, Carlos Segura Vidal[1], José María Sigarreta Almira[2], Juan Carlos Hernández Gómez[2]

Resumen La evacuación de personas es un proceso sustantivo dentro de la gestión operativa de desastres. En Cuba, y en especial en la provincia de Holguín, dicho proceso incluye el control sistemático de los datos poblacionales de cada municipio, y la confección de un plan de respuesta de acuerdo a diversos criterios. Esto último se realiza tradicionalmente de forma manual, con las correspondientes limitaciones en la toma de decisiones involucradas. En ese sentido, la presente investigación tiene por objetivo modelar mediante un enfoque de programación lineal difusa multiobjetivo, el problema de transporte asociado a la evacuación de personas ante desastres naturales en la provincia de Holguín. El enfoque propuesto permite obtener de manera rápida y eficiente una propuesta de evacuación que facilitará la toma de decisiones teniendo en cuenta múltiples criterios y la presencia de incertidumbre en los datos. Se han considerado cuatro casos de estudios relacionados con posibles escenarios de evacuación de personas en la provincia de Holguín. Los resultados muestran que el enfoque propuesto resulta eficaz y lo suficientemente pertinente para ser aplicado en escenarios reales.

Abstract The evacuation of people is a substantive process within the operational management of disasters. In Cuba, and especially in the province of Holguín, this process includes the systematic control of the population data of each municipality, and the preparation of a response plan according to various criteria. The latter is traditionally done manually, with the corresponding limitations in the decision-making involved. In this sense, the present research aims to model the problem of transport associated with the evacuation of people to natural disasters in the province of Holguin using a fuzzy multiobjective linear approach. The proposed approach makes it possible to obtain a fast and efficient evacuation proposal that would facilitate the decision making taking into account multiple criteria and the presence of uncertainty in the data. We have considered four cases of studies related to possible scenarios of evacuation of people in the province of Holguin. The results show that the proposed approach is effective and relevant enough to be applied in real scenarios.

Palabras Clave
Programación lineal difusa multiobjetivo — gestión operativa de desastres

[1] *Departamento de Licenciatura en Matemática, Universidad de Holguín, Holguín, Cuba, eparrainza@gmail.com, csegurav@uho.edu.cu*
[2] *Unidad Académica de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero, Guerrero, México, josemariasigarretaalmira@hotmail.com, jcarloshguagro@gmail.com*
***Autor para Correspondencia**

1. Introducción

Responder ante los desastres de manera eficiente no es una tarea fácil, pues los factores que intervienen en estos procesos son numerosos. Por ejemplo, el ambiente post-ayuda en caso de desastre es caótico, existe el pánico público, el transporte se pierde así como la infraestructura de comunicación; el número y la variedad de actores involucrados es alto (donantes, medios de comunicación, gobierno, militares, organizaciones humanitarias, entre otros); además de la falta de recursos suficientes para proveer una respuesta adecuada ante la situación.
Una ayuda humanitaria eficiente pero flexible es un tema clave en caso de desastres, del cual se está hablando con mayor auge en el mundo académico actual [9] como una extensión de esta,

la logística humanitaria es una de las disciplinas de mayor importancia dentro del manejo de desastres [14]. Uno de los grandes obstáculos para superar en cadenas de suministro de ayuda humanitaria, es la enorme incertidumbre y los múltiples objetivos en la demanda, los suministros y la siempre existente presión que ejerce el tiempo. La logística humanitaria es un proceso considerado de alto nivel de complejidad, pues constituye la parte más costosa de la mitigación de desastres [24]; esta se encarga en la etapa de recuperación de minimizar los efectos del desastre, realizando la búsqueda y rescate de víctimas, y la provisión de víveres y servicios de emergencias.
La Defensa Civil mantiene un estricto control de las vías de acceso terrestre a una gran cantidad de puntos estratégicos del territorio de Holguín, que le permite realizar las labores logísticas humanitarias. Como consecuencia, durante o luego de la crisis, toda esta información varía de manera vertiginosa, por lo que se hace prácticamente imposible mantener de manera manual la información del estado real de las vías de acceso, así como proponer rutas óptimas que minimicen los gastos de recursos y maximicen la ayuda brindada. De esta forma, el procedimiento antes mencionado incurre en gastos excesivos de recursos y requiere de mucho tiempo para consolidar la información. Por tanto se aprecia que es muy difícil detectar posibles errores, lo que dificulta la toma de decisiones.
En el caso de desastres, uno de los trabajos de la Defensa Civil es el transporte de la población a zonas de menos riesgo, así como minimizar el tiempo de este trabajo y el costo que incurre en el mismo. Teniendo en cuenta los anteriores objetivos, el escenario para dar respuesta a tal situación se muestra plagado de incertidumbres. Lo anteriormente descrito introduce el siguiente problema: ¿cómo planificar de manera óptima la evacuación de personas bajo amenaza de desastres naturales en la provincia de Holguín, de manera que se tenga en cuenta la incertidumbre de los datos, así como el cumplimiento de los objetivos humanitarios y económicos?
Dada la posibilidad de modelar estos escenarios de decisión como problemas de programación lineal difusa y la necesidad del cumplimiento de múltiples objetivos, la presente investigación se propuso como objetivo: resolver mediante un enfoque de programación lineal difusa multiobjetivo (PLDM) el problema de transporte asociado a la evacuación de personas durante la amenaza de huracanes en la provincia de Holguín. Con este trabajo se espera mejorar la toma de decisiones en casos de desastres, que permita salvar vidas y economizar los gastos a los que se enfrenta la provincia en estas situaciones.

2. Gestión operativa de desastres

Se entiende como desastre el acontecimiento o suceso que destruye las estructuras básicas y el funcionamiento normal de una sociedad o comunidad. Ocasiona pérdidas y afectaciones humanas, a la economía, la infraestructura, los servicios esenciales o medios de sustento, más allá de la capacidad normal de las comunidades afectadas para dar una respuesta. Los peligros de desastres, que potencialmente pueden afectar al país, han sido clasificados, atendiendo a su origen en: naturales, tecnológicos y sanitarios.
En los últimos 20 años una nueva disciplina ha emergido en el contexto de la Investigación de Operaciones y las Ciencias de la Administración aplicadas en la gestión de desastres naturales. Altay y otros (2006) [1] la llamaron Gestión operativa de desastres (DOM), además la definen como el conjunto de actividades realizadas previamente, durante y después a un desastre con el objetivo de prevenir la pérdida de vidas humanas, reduciendo su impacto en la economía, y retornar a un estado de normalidad.

3. Programación lineal difusa multiobjetivo

La extensión difusa de la programación lineal trata la incertidumbre de determinados elementos del modelo mediante la teoría de la lógica difusa[25]. Conviene por tanto definir primero que es un conjunto difuso.
Conjunto difuso[3]: Sea $Y \subseteq \mathbb{R}$ un conjunto no vacío. Un subconjunto difuso de Y es una función $\mu : Y \to [0,1]$.
El valor de y en la función μ expresa una medida o grado para el cual y está en Y. Si $\mu(y) = 1$ entonces $y \in Y$. Por otro lado, si $\mu(y) = 0$ se puede decir que $y \notin Y$. En el caso de $\mu(y) \in (0,1)$, dicho valor proporciona el grado de pertenencia de y en Y. La función $\mu(x)$ recibe el nombre de función de pertenencia.
Cuando la función objetivo $z = c^T x$ es difusa, se supone que existe un valor de aspiración para la función objetivo. Dicho valor se denotará $d_0 \in \mathbb{R}$.
Es decir, se espera encontrar un $x^* \in X$ tal que $z(x^*) \leq d_0$. En muchos casos no es posible encontrar una solución que satisfaga esta condición, por lo cual se permite que la función objetivo pueda alcanzar valores mayores a d_0.
Para esto, se fija un valor p_0 que define el grado mínimo de cumplimiento o pertenencia al nivel de aspiración. De esta forma, si $z(x) \geq d_0 + p_0$ se dice que tiene un grado de cumplimiento de 0. Si $z(x) \leq d_0$, el grado de cumplimiento o pertenencia es 1. Además, si $d_0 \leq z(x) \leq d_0 + p_0$ entonces el grado o porcentaje de cumplimiento está dado por $1 - \frac{z(x)}{p_0}$.
Lo descrito anteriormente se puede expresar por medio de la siguiente función de pertenencia trapezoidal para la función objetivo [15].

$$\mu_z(z(x)) = \begin{cases} 1, & \text{si} \quad z(x) \leq d_0 \\ 1 - \frac{z(x) - d_0}{p_0}, & \text{si} \quad d_0 \leq z(x) \leq d_0 + p_0 \\ 0, & \text{si} \quad z(x) \geq d_0 + p_0 \end{cases} \tag{1}$$

Luego introduciendo una variable auxiliar , el modelo de programación lineal del problema de minimización con función objetivo difusa se expresa de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} &\text{máx} \quad \lambda \\ &s.a: \quad \mu_z(\sum_{i=1}^{n} c_i x_i) \geq \lambda \\ &x \in X, \quad \lambda \in [0,1] \end{aligned} \tag{2}$$

Como puede verse en [15], el problema anterior es equivalente al siguiente problema de optimización paramétrica:

$$\begin{aligned} &\text{máx} \quad \lambda \\ &s.a: \quad \sum_{i=0}^{n} c_i x_i \geq d_0 - p_0(1-\lambda) \\ &x \in X, \lambda \in [0,1] \end{aligned} \tag{3}$$

cuya solución óptima λ^*, x^* se considera la solución del problema original con función objetivo $z = c_i x$ difusa.
Si se está analizando un problema donde no solo la función objetivo, sino que además las restricciones son difusas, entonces se puede tomar la decisión difusa [2] considerando que no existe diferencia entre función objetivo difusa $c_i x \leq d_0$ y restricciones difusas $Ax \sim\leq d_0$, este modelo se puede expresar de la forma siguiente [26]: $Bx \sim\leq b^{'}$, donde

$$B = \begin{bmatrix} c \\ A \end{bmatrix} \quad y \quad b' = \begin{bmatrix} d_0 \\ b \end{bmatrix}$$

Aplicando (1) a Bx, el modelo (3) quedaría de la siguiente forma

$$\begin{aligned} &\text{máx} \quad \lambda \\ &s.a: \quad \sum_{i=0}^{n} Bx_i \geq b_0^{'} - p_0(1-\lambda) \\ &x \in X, \lambda \in [0,1] \end{aligned} \tag{4}$$

En 1987, Zimmermann, extendió su enfoque sobre la programación lineal difusa al problema de programación lineal multiobjetivo con K funciones objetivo $z_i = c_j x$, $i \in \{1,...,K\}$. Para cada una de las funciones objetivo $z_i = c_j x$ de este problema, se asume que aquella persona especialista o capacitada para llevar a cabo la toma de decisiones, tenga un objetivo difuso tal como $z_i(x)$ debe ser menor que o igual a cierto valor d_i . Entonces la correspondiente función de pertenencia de un problema de minimización puede ser escrita como [17]:

$$\mu_i^L(z_i(x)) = \begin{cases} 0, & \text{si} \quad z_i(x) \leq z_i^0 \\ \frac{z_i(x) - z_i^0}{z_i^1 - z_i^0}, & \text{si} \quad z_i^0 \geq z_i(x) \geq z_i^1 \\ 1, & \text{si} \quad z_i(x) \leq z_i^1 \end{cases} \tag{5}$$

donde z_i^0 y z_i^1 denotan los valores de la función objetivo $z_i(x)$ tales que los grados de la función de pertenencia sean 0 y 1, respectivamente.
Usando esta función de pertenencia y siguiendo las reglas de decisión difusa por [2], el modelo puede interpretarse como:

$$\begin{aligned} &\text{máx} \;\; \text{mín}_{i=1,...,k} \; \mu i^L(z_i(x)) \\ &s.a: \;\; Ax \leq b, x \geq 0 \end{aligned}$$

Téngase en cuenta que las restricciones se consideran rígidas. Este problema puede ser reducido al siguiente problema de programación lineal convencional:

$$\begin{aligned} &\text{máx} \;\; \lambda \\ &s.a: \quad \lambda \leq \mu_i^L(z_i(x)) \\ &\qquad\quad Ax \leq b, x \geq 0 \end{aligned}$$

Asumiendo la existencia de la solución óptima x^{i0} del problema de minimización de las funciones objetivos individuales bajo las restricciones se define por: $\text{mín}_{x\in X}\; z_i(x), \;\; i = 1,...,k$ donde $X = \{x \in \mathbb{R}^n | Ax \leq b, x \geq 0\}$, en [27] el autor sugiere una forma para determinar la función lineal de pertenencia $\mu_i^L(z_i(x))$. Para ser específicos, usando el mínimo individual $\forall i = 1,..,k$

$$z_i^{min} = z_i(x^{i0}) = \min_{x \in X} z_i(x)$$

junto con

$$z_i^m = \text{máx}\{z_i(x^{10}),...,z_i(x^{i-1,0}, z_i(x^{i+1,0}),...,z_i(x^{k,0}))\}$$

determinó la función lineal de pertenencia como (5) pero escogiendo $z_i^1 = z_i^{min}$ y $z_i^0 = z_i^m$.
En el caso donde no solo las funciones objetivos sean difusas sino también las restricciones lo sean, utilizando igual función de pertenencia un análisis similar puede ser empleado [17].
Aunque existen otros métodos, este es el que se emplea en el desarrollo de la investigación.

4. Modelos de evacuación en desastres naturales

La mayoría de los modelos de evacuación disponibles definen su objetivo como minimizar el flujo del tráfico o el tiempo total de transportación [20],[23],[13]. En [5], [21], [18] consideraron seguridad en sus modelos, pero hacen esto penalizando o prohibiendo soluciones que dejen evacuados detrás, al final de la evacuación. De manera similar, en localizar refugios, [10] minimizan el peso promedio de las demandas no logradas por los refugios y el tiempo de transportación.
La función objetivo en [21] minimiza una vez más el tiempo total de evacuación, pero incluyen restricciones sobre demostraciones y costos operativos para ocuparse de esos objetivos adicionales.
Varias estrategias mejoradas de evacuación han sido consideradas en la literatura, incluyendo: determinar la ruta de evacuación óptima y/o destino asignado (ej. [5],[21],[13]); planificar en etapas (también conocido como escenificar) la evacuación (ej. [19], [5],[4],[11]); y otras estrategias de control de tráfico [6], [22],[12]. Hay muchos aspectos de una evacuación: quién se queda, quién se va, cuándo se va, donde va, que ruta tomará para llegar ahí, y que camino y modo de transporte está disponible y cuándo. Cada modelo de evacuación asume

cada uno de estos aspectos del problema como un aporte incontrolable o algo que potencialmente puede controlarse a fin de mejorar la evacuación. Muchos de los primeros modelos son meramente descriptivos, asumiendo que cada dimensión brinda un aporte. MASSVAC [7], [8], OREMS [16], y NETVAC [20] son ejemplos de estos tipos de modelos. Estos tipos de modelos pueden ser usados de dos formas:
a) para estimar los tiempos de realización que ayuden a decidir cuando deberían ser emitidas las órdenes de evacuación a fin de asegurar el tiempo adecuado para la ejecución o
b) desarrollar planes de evacuación a través de un proceso por tanteo en el cual las suposiciones diferentes (los planes propuestos) de aportes son manejadas y el modelo se usa para evaluarlas.
Otros modelos son preceptivos, asumiendo que uno o más aspectos del problema son potencialmente controlables y teniendo la intención de determinar la forma óptima para controlarla. Estos modelos varían en que los aspectos están predeterminados por el comportamiento del sistema de transporte existente o del evacuado, y que son considerados controlables, así se someten a la mejora a través de la implementación de una estrategia de evacuación.
En realidad, muchos aspectos de una evacuación son parcialmente controlables. Por ejemplo, no se puede asumir realmente que las personas cumplan con el momento exacto en que se les dice deben partir; de cualquier forma, a través de las órdenes de evacuación obligatorias, las autoridades pueden ejercer cierto control sobre quién se va y cuándo. Favorece, incluso si el proceso óptimo descrito por un modelo preceptivo no es enteramente factible en realidad, este puede ser usado para prever cuán bien puede ir un proceso de evacuación. El componente uno de la evacuación que, para el conocimiento de los autores, ha sido siempre considerado aporte es quién se va. Los modelos disponibles por consiguiente no permiten la posibilidad que la mejor estrategia para las personas podría ser quedarse donde ellos están. Esta suposición está probablemente relacionada con la declaración del objetivo, como minimizar tiempo de despeje del tráfico, puesto que un modelo que deja a las personas quedarse cuando el único objetivo es minimizar el despeje del tránsito, está aconsejando que todo el mundo se quede dónde está.

5. Descripción del problema

Antes de exponer los detalles del enfoque propuesto conviene describir el escenario de decisión que se pretende resolver. El mismo se puede definir informalmente de la forma siguiente:
Dado un conjunto de centros de evacuación, con capacidades y costos de utilización conocidos, y de localidades con personas a evacuar, determinar el esquema de transporte que cumpla con las demandas de las localidades y minimice simultáneamente el tiempo total de evacuación y el costo de utilización de los centros.
Téngase en cuenta que los tiempos de transportación, así como las capacidades de los centros de evacuación están definidos de manera difusa, esto es, sin seguir una distribución estadística conocida.
Una vez las personas han sido llevadas a los centros de evacuación, éstas se deben atender desde el punto de vista logístico y de salud. Para realizar dichas atenciones, existen centros de recursos (almacenes) y centros de salud (hospitales, policlínicos, etc.). Por lo tanto, sería importante tener en cuenta las capacidades de atención de estos centros, y que el tiempo de transportación total, desde los centros de evacuación a estos, sea mínima. Es decir, a partir de la solución encontrada para el problema de evacuación, sería conveniente determinar cómo atender de manera efectiva a estas personas evacuadas, teniendo en cuenta que el tiempo total de transportación, así como la capacidad de estos centros son igualmente difusos.
Notación de los datos de entrada

- M_k: capacidad de atención del centro logístico k, $k \in \{1,...,K\}$ siendo K el número de centros logísticos.
- N_l: capacidad de atención del centro de salud l, $l \in \{1,...,L\}$ siendo L el número de centros de salud.
- P_i: parte entera de la división del número de personas que deben ser evacuados en la localidad i, por la capacidad promedio de los ómnibus a emplear; $i \in \{1,...,I\}$ siendo I el número de localidades a evacuar.
- t_{ij}: tiempo de transportación de un medio de transporte desde la localidad i hacia el centro j.
- t^1_{kj}: tiempo de transportación de un medio de transporte desde el centro logístico k hacia el centro de evacuación j.
- t^2_{jl}: tiempo de transportación de un medio de transporte desde el centro de evacuación j hacia el centro de salud l.
- c_j: costo de utilización del centro j en \$.

Con el fin de dar solución al problema antes descrito se propone emplear el enfoque de programación lineal difusa multiobjetivo analizado con anterioridad; para esto se crea el siguiente modelo de programación lineal, del cual se describen las variables de decisión así como las funciones objetivos y las restricciones asociadas. Téngase en cuenta que este modelo se encuentra en su fase inicial de desarrollo.

5.1 Variables de decisión

- x_{ij}: número de viajes a realizar desde la localidad i hasta el centro de evacuación j.
- y_j: si se utiliza (1) o no (0) el centro de evacuación j.
- z^1_{kj}: número de viajes a realizar desde el centro logístico k hasta el centro de evacuación j.
- z^2_{jl}: número de viajes a realizar desde el centro de evacuación j hasta el centro de salud l.

5.2 Funciones objetivos

Las funciones objetivo que se presentan son difusas pues t_{ij}, t^1_{kj}, t^2_{jl} y c_j son valores difusos que dependen del criterio de los expertos en la toma de decisión que intervienen en el problema analizado.

- Minimizar el tiempo de transportación de la evacuación:

$$\text{mín } Z_{te} = \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} t_{ij}x_{ij}$$

- Minimizar el costo de utilización de los centros de evacuación:

$$\text{mín } Z_{costo} = \sum_{j=1}^{J} c_j y_j$$

- Minimizar el tiempo de transportación de los recursos logísticos:

$$\text{mín } Z_{tl} = \sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{J} t^1_{kj}z^1_{kj}$$

- Minimizar el tiempo de transportación a los centros de salud:

$$\text{mín } Z_{ts} = \sum_{j=1}^{J}\sum_{l=1}^{L} t^2_{jl}z^2_{jl}$$

5.3 Restricciones

Restricciones de capacidad de los centros de evacuación, logísticos y salud en este orden. Considérese que E_j, M_k y N_l son elementos difusos que también dependen de las circunstancias y las situaciones existente en los centros.

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{I} x_{ij} &\preceq E_j y_j, \quad \forall j = \{1,...,J\}\\
\sum_{j=1}^{J} z^1_{kj} &\preceq M_k, \quad \forall k = \{1,...,K\}\\
\sum_{j=1}^{J} z^2_{jl} &\preceq N_l, \quad \forall l = \{1,...,L\}
\end{aligned}$$

Restricciones sobre el número de viajes a realizar teniendo en cuenta el número de personas a evacuar en las localidades, su atención logística y médica.

- Evacuación:

$$\sum_{j=1}^{J} x_i j = P_i, \quad \forall i = \{1,...,I\}$$

- Atención logística:

$$\sum_{k=1}^{K} z^1_{kj} = \sum_{i=1}^{I} x_{ij}, \quad \forall j = \{1,...,J\}$$

- Atención médica:

$$\sum_{l=1}^{L} z^2_{jl} = \sum_{i=1}^{I} x_{ij}, \quad \forall j = \{1,...,J\}$$

$$x_{ij}, z^1_{kj}, z^2_{jl} \geq 0; \quad x_{ij}, z^1_{kj}, z^2_{jl} \in \mathbb{Z}^+; \quad y_j \in \{0,1\}$$

6. Solución mediante MATLAB

Para la solución de este problema se utilizó el enfoque sugerido por Zimmermann, descrito con anterioridad, aplicado a la función de pertenencia (5). Siguiendo el enfoque de (Bellman et al.,) para decisión difusa, se considera que no existe diferencia entre funciones objetivo difusas $c_i x \leq d_0$ y restricciones difusas $Ax \preceq b$, se aplica entonces de igual forma la función de pertenencia tanto a las funciones objetivos difusos como a las restricciones difusas. De tal manera el modelo propuesto sería transformado en un modelo de tipo (4), añadiendo las restricciones no difusas.
Al aplicar la función de pertenencia (5) a las funciones objetivo difusas estas toman la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} t_{ij}x_{ij} - (z^1_{te} - z^0_{te})\lambda &\leq z^0_{te}\\
\sum_{j=1}^{J} c_j y_j - (z^1_{costo} - z^0_{costo})\lambda &\leq z^0_{costo}\\
\sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{J} t^1_{kj}z^1_{kj} - (z^1_{tl} - z^0_{tl})\lambda &\leq z^0_{tl}\\
\sum_{j=1}^{J}\sum_{l=1}^{L} t^2_{jl}z^2_{jl} - (z^1_{ts} - z^0_{ts})\lambda &\leq z^0_{ts}
\end{aligned}$$

Donde z^0 y z^1 expresan los máximos y mínimos que alcanzan dichas funciones de forma independiente y asociadas a las restricciones no difusas.

```
for i=1:cantfundif
    [~,fvalmin(i)=linprog(zdif(i,:),[],[],Aeq,beq,lb,up,[],options)];
    [~,fval(i)=linprog(-zdif(i,:),[],[],Aeq,beq,lb,up,[],options)];
    z0d(i)=-fvalm(i);
    zrestd(i,:)=[zdif(i,:)-(fvalmin(i)+fvalm(i))];
end
```

En el caso de las restricciones de desigualdad se sigue la decisión difusa [2] considerando que no existe diferencia entre función objetivo difusa y restricción difusa, por lo que se aplica de igual forma la función de pertenencia; considerando que *bm* y *bmin* son los valores máximos y mínimos permitidos a tales restricciones, estas quedarían de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{I} x_{ij} - E_j y_j - (b^1_{min} - b^1_m)\lambda &\leq b^1_m\\
\sum_{j=1}^{J} z^1_{kj} - M_k - (b^2_{min} - b^2_m)\lambda &\leq b^2_m\\
\sum_{j=1}^{J} z^2_{jl} - N_l - (b^3_{min} - b^3_m)\lambda &\leq b^3_m
\end{aligned}$$

```
for i=1:cantfundif
    bdifa(i)=bm(i);
    Adifa(i,:)=[Adif(i,:)-(bmin(i)-bm(i))];
end
```

Solo queda plantear el modelo (4), uniendo las funciones objetivos con las restricciones de desigualdad, y crear la nueva función objetivo. Luego este es resuelto mediante *linprog*, algoritmo de optimización para programación lineal que utiliza el método Simplex o Punto Interior.

```
fun=[zeros(1,cantvar) -1];
Bx=[Adifa;zrestd];
bpri=[bdifa,z0d];
Bxeq=[Aeq,zeos(cantrestndifeq,1)];
bprieq=beq;
[x, solucion]=linprog(fun,Bx,bpri,Bxeq,bprieq,[lb
    ,-inf],[up,inf],[],options);
```

6.1 Caso de estudio

Debido a la seguridad con la que se manejan estos datos, no están disponibles al público, por lo que no fue posible obtener los datos reales que se manejan en el proceso de evacuación de personas bajo amenaza de desastres en la provincia de Holguín. No obstante, se utilizó para los casos de estudio (CE), datos diseñados, que están cerca de la realidad.

	Con atención médica	Sin atención médica
Datos I	CE 1	CE 3
Datos II	CE 2	CE 4

Para la elaboración de los casos de estudio se consideraron dos casos, uno en el cual se analiza el enfoque propuesto, en el que se incluye atención médica y en el otro no se incluye atención médica, cada uno evaluado en dos instancias del problema.
Estas instancias presentan las siguientes características:
Considere que se desea evacuar 14 municipios con poblaciones P_i y se cuenta con 47 centros de evacuación con capacidad K_j. Estos, a su vez, reciben atención logística desde 33 centros con capacidades M_k y atención médica desde 33 centros con capacidades N_l. El costo de utilización de los centros de evacuación es de c_i . Los factores que se variaron fueron los tiempos de transportación desde los municipios hasta los centros de evacuación, y de estos hasta los centros de atención logística y médica.
En la siguiente tabla se presentan los resultados de los casos de estudio, en la que se muestran los tiempos totales de transportación y el costo de utilización de los centros. También se propone la solución de estos casos de estudio, resueltos como problemas sin un enfoque difuso a través del método minimax ponderado. Además de los tiempos de ejecución de los algoritmos en cada instancia.

	Enfoque difuso (Zimmermann, 1976)	Tiempo (s)
CE1	(7701,218,5851,7401)	4.489904
CE2	(8234,218,4184,5703)	4.496354
CE3	(7701,218,5851)	3.330397
CE4	(8240,218,4179)	3.011402
	Enfoque no difuso Minimax ponderado (Bowman, 1976)	Tiempo (s)
CE1	(7218,218,4149,5615)	21.411992
CE2	(7662,218,4149,5615)	22.149234
CE3	(7218,218,5439)	7.964351
CE4	(7662,218,4145)	7.907791

Centrando el análisis solo en la parte cuantitativa de los resultados obtenidos en los casos de estudio presentados, se puede plantear que el modelo difuso arroja resultados más desfavorables que el modelo no difuso. De estos resultados no podemos limitar al método difuso, ni absolutizar la superioridad del enfoque no difuso, pues en el aspecto cualitativo, el modelo difuso se considera superior, al no difuso, ya que logra incorporar y aglutinar el criterio de múltiples expertos; que en la vida real sin el análisis difuso, cada opinión de un experto representaría un modelo diferente, debido a que es poco probable que todos tengan la misma opinión o pensamiento lógico. Por otra parte si se analiza el tiempo de ejecución de los algoritmos implementados, aquel que brinda solución al enfoque no difuso puede tardar hasta cuatro veces el tiempo de ejecución del otro. Para la implementación de los algoritmos se utilizó el MATLAB, un lenguaje de programación de alto nivel, con un enfoque predominantemente matemático; que permite obtener resultados rápidos y confiables.

7. Conclusiones

En este artículo se hace un breve análisis de los fundamentos teóricos que sustentan la programación lineal difusa multi-objetivo, así como la gestión operativa de desastres y algunos modelos que tratan el tema de la evacuación ante desastres.
El modelo de programación lineal difuso y multi-objetivo propuesto contribuye a la gestión operativa de desastres, ya que facilita la toma de decisiones, además de tener en cuenta múltiples criterios y la presencia de incertidumbre en los datos.
Se implementaron los algoritmos en MATLAB y los resultados arrojados permitieron el análisis comparativo de los casos de estudio y demostraron la funcionalidad del modelo.

Referencias

[1] Nezih Altay and Walter G Green. Or/ms research in disaster operations management. *European journal of operational research*, 175(1):475–493, 2006.

[2] Richard E Bellman and Lotfi Asker Zadeh. Decision-making in a fuzzy environment. *Management science*, 17(4):B–141, 1970.

[3] James J Buckley and Esfandiar Eslami. *An introduction to fuzzy logic and fuzzy sets*, volume 13. Springer Science & Business Media, 2002.

[4] X Chen and FB Zhan. Agent-based modeling and simulation of urban evacuation: relative effectiveness of simultaneous and staged evacuation strategies. In *Agent-Based Modeling and Simulation*, pages 78–96. Springer, 2014.

[5] Yi-Chang Chiu, Hong Zheng, Jorge Villalobos, and Bikash Gautam. Modeling no-notice mass evacuation using a dynamic traffic flow optimization model. *IIE Transactions*, 39(1):83–94, 2007.

[6] Thomas J Cova and Justin P Johnson. A network flow model for lane-based evacuation routing. *Transportation research part A: Policy and Practice*, 37(7):579–604, 2003.

[7] Antoine G Hobeika and Bahram Jamei. Massvac: A model for calculating evacuation times under natural disasters. *Emergency Planning*, pages 23–28, 1985.

[8] Antoine G Hobeika and Changkyun Kim. Comparison of traffic assignments in evacuation modeling. *IEEE transactions on engineering management*, 45(2):192–198, 1998.

[9] Gyöngyi Kovács and Karen M Spens. Humanitarian logistics in disaster relief operations. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, 37(2):99–114, 2007.

[10] Anna CY Li, Ningxiong Xu, Linda Nozick, and Rachel Davidson. Bilevel optimization for integrated shelter location analysis and transportation planning for hurricane events. *Journal of Infrastructure Systems*, 17(4):184–192, 2011.

[11] Yue Liu, Gang-Len Chang, Ying Liu, and Xiaorong Lai. Corridor-based emergency evacuation system for washington, dc: system development and case study. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (2041):58–67, 2008.

[12] Qiang Meng and Hooi Ling Khoo. Optimizing contraflow scheduling problem: model and algorithm. *Journal of Intelligent Transportation Systems*, 12(3):126–138, 2008.

[13] ManWo Ng, Junsik Park, and S Travis Waller. A hybrid bilevel model for the optimal shelter assignment in emergency evacuations. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 25(8):547–556, 2010.

[14] Ehsan Nikbakhsh and Reza Zanjirani Farahani. Humanitarian logistics planning in disaster relief operations. *Logistics Operations and Management: Concepts and Models*, 291, 2011.

[15] Jaroslav Ramík. Soft computing: overview and recent developments in fuzzy optimization. *Ostravská univerzita, Listopad*, pages 33–42, 2001.

[16] Ajay K Rathi and Rajendra S Solanki. Simulation of traffic flow during emergency evacuations: a microcomputer based modeling system. In *Simulation Conference Proceedings, 1993. Winter*, pages 1250–1258. IEEE, 1993.

[17] Masatoshi Sakawa, Hitoshi Yano, Ichiro Nishizaki, and Ichiro Nishizaki. *Linear and multiobjective programming with fuzzy stochastic extensions*. Springer, 2013.

[18] Fatemeh Sayyady and Sandra D Eksioglu. Optimizing the use of public transit system during no-notice evacuation of urban areas. *Computers & Industrial Engineering*, 59(4):488–495, 2010.

[19] Hayssam Sbayti and Hani Mahmassani. Optimal scheduling of evacuation operations. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (1964):238–246, 2006.

[20] Yosef Sheffi, Hani Mahmassani, and Warren B Powell. A transportation network evacuation model. *Transportation research part A: general*, 16(3):209–218, 1982.

[21] Qian Tan, Guo H Huang, Chaozhong Wu, Yanpeng Cai, and Xinping Yan. Development of an inexact fuzzy robust programming model for integrated evacuation management under uncertainty. *Journal of Urban Planning and Development*, 135(1):39–49, 2009.

[22] Gregoris Theodoulou and Brian Wolshon. Alternative methods to increase the effectiveness of freeway contraflow evacuation. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (1865):48–56, 2004.

[23] Suleyman Tufekci and Thomas M Kisko. Regional evacuation modeling system (rems): A decision support system for emergency area evacuations. *Computers & industrial engineering*, 21(1-4):89–93, 1991.

[24] Luk N Van Wassenhove. Humanitarian aid logistics: supply chain management in high gear. *Journal of the Operational research Society*, 57(5):475–489, 2006.

[25] Lofti Zadeh. Optimality and non-scalar-valued performance criteria. *IEEE transactions on Automatic Control*, 8(1):59–60, 1963.

[26] Hans-J Zimmermann. Description and optimization of fuzzy systems. *International Journal of General System*, 2(1):209–215, 1975.

[27] Hans-Jürgen Zimmermann. *Fuzzy sets, decision making, and expert systems*, volume 10. Springer Science & Business Media, 2012.