Alternativas metodológicas para favorecer el proceso de enseñanza aprendizaje de las asignaturas de la disciplina matemática en las carreras de ingenierías

Miguel Escalona Reyes / Osvaldo Jesús Rojas Velázquez**
Universidad de Holguín "Oscar Lucero Moya"

Resumen. La enseñanza de la Matemática se encuentra en un proceso de renovación de sus enfoques, que permitan al estudiante adquirir una concepción científica del mundo, una cultura integral y un pensamiento matemático de modo que pueda enfrentar los problemas científicos, económicos, sociales y tecnológicos relacionados con su especialidad; y en consecuencia, lo prepare para enfrentar los retos del mundo actual. La importancia de la enseñanza de la Matemática para la formación de los futuros profesionales es una prioridad a seguir en la Educación. Los contenidos básicos de esta asignatura son indispensables para lograr un sólido aprendizaje y de gran aplicación tanto en la vida cotidiana como en el desempeño de su futura profesión. El presente trabajo se centra en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática en las carreras de ingenierías, en el mismo se valoran sus principales regularidades; y en consecuencia con ello, se proponen alternativas metodológicas para el perfeccionamiento de dicho proceso en la Universidad de Holguín "Oscar Lucero Moya".

INTRODUCCIÓN

La Matemática, como parte del saber científico, desempeña un importante papel en los cambios que tienen lugar en la ciencia actual; lo cual se evidencia en la utilización cada vez mayor de sus métodos por casi todas las ciencias, como expresión del proceso creciente de penetración de sus productos en las diferentes ramas del conocimiento humano.

Las carreras de ingenierías son ejemplo de lo anterior, por lo que se necesita de ingenieros con una sólida formación matemática, acorde con las necesidades que impone el desarrollo económico del mundo moderno. Atendiendo a estos avances y la necesidad de lograr una eficiente formación de los actuales y futuros ingenieros, la Educación Superior se ha enfrascado en el perfeccionamiento y optimización de dicho proceso.

* mescalonar@facinf.uho.edu.cu.cu

Hasta el momento se han logrado avances significativos en su formación, no obstante lo estudiantes continúan presentando serias dificultades en el aprendizaje de la Matemática; lo cual está motivado, entre otros aspectos, a la limitada integración de los contenidos de estas asignaturas y el poco aprovechamiento de las potencialidades de los recursos informáticos en dicho proceso.

Por lo que en este trabajo se realiza una breve caracterización de este proceso y se presentan alternativas donde se evidencian las relaciones existentes entre los contenidos de las asignaturas que conforman la disciplina Matemática, así como se aprovechen las potencialidades de los recursos informáticos para favorecer su proceso de enseñanza aprendizaje en las carreras de ingenierías.

DESARROLLO

En los últimos años el país ha presentado, de forma general, problemas para garantizar los

profesores de Matemática para las Universidades, y aunque desde hace mucho existe la carrera de licenciatura en Matemática, esta no ha garantizado la formación de los profesionales que necesita la sociedad; aspecto que ha ido en detrimento debido al escaso número de alumnos que estudian, y sobre todo, que se gradúan en dicha carrera en los últimos años. No obstante, estos profesionales presentan una buena preparación matemática, pero necesitan de los conocimientos básicos de la Didáctica de esta disciplina para llevara a cabo con mayor éxito dicho proceso.

Algo similar ocurre con los Ingenieros en el plano didáctico, aunque su formación matemática es mucho menor, ya que esta se restringe solamente a los contenidos propios que necesita el ingeniero. Por su parte, los Licenciados en Educación tienen una buena preparación didáctica, pero no fueron formados para trabajar en la Educación Superior, por lo que necesitan profundizar un poco más en su formación matemática; además, hace varios años que en las UCP no se prepara un Licenciado en Educación en la especialidad de Matemática.

Además de esta situación, el estudio realizado del proceso de enseñanza de la Matemática en las carreras de Ingeniería; ha permitido revelar las regularidades siguientes:

1. Insuficiente desarrollo interdisciplinario de la Matemática, entendido este como el establecimiento de las relaciones entre los contenidos de las diferentes asignaturas que conforman la disciplina; así como los de estos con el resto de las disciplinas que reciben los estudiantes en cada carrera. Lo cual proporciona visiones parcializadas del objeto o fenómeno estudiado, ya que se presentan los contenidos dispersos, desintegrados, que obstaculizan el aprendizaje y lo despojan de significado.
2. Descontextualización de los contenidos de la disciplina con el objeto social y esferas de actuación de cada profesión, es decir, es insuficiente el aprovechamiento de los procesos y fenómenos objeto de estudio de cada una de estas carreras para desarrollar, a través de ellos, los contenidos de las diferentes asignaturas de la Matemática.
3. Desconocimiento de las potencialidades de las TIC, así como de las mejores formas de utilizarlas para potenciar el PEA de estas asignaturas.

Esta situación no es nueva, se evidencia además, en los debates realizados en diferentes congresos, simposios, reuniones sobre el tema, entre los que se destacan:

- ICME (International Congress on Mathematics Education),
- Simposio Iberoamericano de Enseñanza de la Matemática,
- RELME (Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa),

A los que se unen los diferentes eventos desarrollados en el país auspiciado por la Sociedad Cubana de Matemática y Computación.

El tema de la enseñanza aprendizaje de la Matemática también es objeto de análisis en diferentes publicaciones, entre las que se destacan:

- Revista ZDM (Zentralblatt für Didaktik der Mathematik,
- Revista Enseñanza de las Ciencias,
- Revista Iberoamericana de Educación, entre otras;

Así como en diferentes páginas Web dedicadas al tema.

En los mismos se presentan diversas soluciones desde diversos enfoques y puntos de vistas; en nuestro caso, dichas alternativas van a estar enfocadas en los tres elementos considerados como los que provocan las mayores dificultades en el aprendizaje de las asignaturas de esta disciplina por parte de los estudiantes en las carreras de Ingeniería; en su conjunto, tiene el propósito fundamental de contribuir al perfeccionamiento de la Didáctica de la Matemática en este nivel, así como a elevar la preparación de los docentes para hacer más efectiva su labor.

Desarrollo interdisciplinario de la Matemática

Kolmogorov, A. N. (1988) expresó *"la Matemática es grande. Un individuo no puede estudiar todas sus ramificaciones. En este sentido la especialización es inevitable. Pero a la vez, la Matemática es una ciencia única. Nuevas y nuevas relaciones surgen entre sus ramas a veces de forma imprevista. Unos campos sirven de instrumento a*

otros. Por esto encerrar a los matemáticos en límites estrechos sería la muerte de nuestra ciencia".

En este planteamiento se evidencia claramente la importancia de revelar las relaciones existentes entre las diferentes asignaturas que conforman esta disciplina; pero además, esto no debe limitarse sólo a los contenidos pertenecientes a la Matemática sino que también debe extenderse a los de aquellas disciplinas que están íntimamente ligadas a ella.

Por relaciones entre contenidos se entiende (Escalona M., 2007): *los elementos del conocimiento, habilidades, hábitos, normas de conducta, sentimientos y valores comunes a cada una de las asignaturas del área y que se pueden desarrollar como transversales de estas.*

Conforme a lo anterior, es necesario fundamentar las relaciones que se pueden establecer, ellas son: relaciones de coordinación, subordinación y complementación entre sus contenidos.

Relaciones de coordinación: Se establecen entre aquellos contenidos que se abordan en las asignaturas por separado, a los cuales se les puede dar igual tratamiento.

Por ejemplo: El profesor debe saber qué herramientas, notaciones y métodos matemáticos utilizan las otras asignaturas y cuál es el tratamiento que le dan; para cuando los utilice en clases trabaje de forma uniforme con respecto a los demás, o también pueda explicarle a los otros profesores cómo se trabajan los mismos en la Matemática. De forma que se logre una visión única de la realidad.

Las mediciones, dimensiones y magnitudes, el trabajo algebraico, despeje en fórmulas y cálculo numérico, entre otras son muestra de ello. También existe un grupo de habilidades que son comunes y que se pueden desarrollar, entre ellas están: calcular observar, graficar, interpretar gráficos, modelar, resolver problemas, entre otras.

Relaciones de subordinación: Se instauran cuando, para el desarrollo de los contenidos de una asignatura, se utilizan contenidos ya trabajados tanto en esta como en otras asignaturas.

Se debe aprovechar estas relaciones para el estudio de los fenómenos y procesos relacionados con las demás asignaturas a través del establecimiento de hipótesis matemáticas que conlleven al estudio de modelos matemáticos, es decir, mediante la actividad experimental obtener una expresión matemática que exprese el comportamiento del fenómeno. Lo cual permite a su vez fortalecer el trabajo con los procedimientos matemáticos.

Además, a partir de la aplicación de conceptos, relaciones y procedimientos matemáticos se podrán comprender mejor las nuevas propiedades y relaciones de dichas asignaturas.

Una muestra de ello es la utilidad de algunos conceptos matemáticos como es el caso de función, límite, derivada, entre otros; para la interpretación y explicación de fenómenos de la naturaleza y la sociedad, que son estudiados en otras asignaturas.

Un ejemplo de cómo se puede establecer esta relación en asignaturas de la disciplina, es cuando se retoma el concepto función y las notaciones del trabajo con conjuntos trabajados en Matemática I, para introducir el concepto de Aplicación Lineal en Álgebra Lineal.

Relaciones de complementación: Se establecen entre aquellos contenidos de las diferentes asignaturas que se necesitan utilizar para comprender o resolver una situación determinada de la esfera de actuación de cada profesional.

Además, en la producción de nuevos conocimientos, cuando a partir los conocimientos matemáticos existentes se llega a nuevos conocimientos; o cuando para explicar determinado hecho o fenómeno físico se necesita de un nuevo conocimiento matemático.

Por ejemplo: En la resolución de problemas de la profesión o de la vida diaria, donde se necesiten los conocimientos recibidos en las diferentes asignaturas para encontrar su solución.

Contextualización de la enseñanza de la Matemática

Muy estrechamente vinculado con el desarrollo interdisciplinario se encuentra este elemento, en lo referente a la última forma de relación explicada; pues en este caso la esencia del mismo radica en buscar aquellas situaciones, fenómenos o procesos concernientes al contexto de actuación de los futuros profesionales de estas carreras para, de esta forma, desarrollar el PEA de la Matemática aprovechando dichas situaciones.

En este caso se asume la posición teórica del investigador Ortigoza, C. (2006) cuando expresa:

"el aprendizaje contextual tiene lugar cuando el alumno procesa la información y los conocimientos nuevos de tal manera que le da sentido en su marco de referencia (su propio mundo interno de memoria, experiencia y respuesta)".

Para este autor, la contextualización del aprendizaje se puede lograr aplicando las siguientes estrategias:

- *Relación:* proceso de aprendizaje realizado en el contexto de la experiencia de la vida.
- *Experimentación:* aprender a partir de la exploración, descubrimiento e invención.
- *Aplicación:* emplear el contenido y la información en un contexto útil.
- *Cooperación:* lograr compartir, interactuar y comunicarse.
- *Transferencia:* Consiste en aprender usando el conocimiento que ya tiene el alumno en un nuevo contexto o una nueva situación; es decir, se construye por encima de lo que el alumno ya sabe.

Es de señalar que dichas estrategias no pueden cumplirse totalmente en el marco de las clases, por lo que sólo se presentan algunos rasgos de ellas, especialmente las de experimentación, aplicación y transferencia. Aquí lo importante es establecer las relaciones del contenido con los diferentes contextos de actuación de los futuros profesionales, principalmente a través de la creación y resolución de modelos relativos a estas áreas de la ciencia.

Uso de las TICs

Una clasificación para el empleo de las computadoras en la enseñanza de la Matemática ofrece Mejía (1994), planteando dos vertientes: el desarrollo de software específicos en sus diferentes denominaciones (Computer Assisted Instruction, Computer Assisted Learning) y el de herramientas computacionales (Derive, Mathematic, Maple). Es de destacar que dicho empleo no se debe quedar en el desarrollo de estos sistemas, es necesario extenderlo al tratamiento pedagógico que se le dé a los mismos, por los profesores; así como considerar la creación y uso de diversos materiales en los nuevos formatos, como es el caso de los hipertextos, multimedias o páginas web.

En este sentido deben destacarse los aportes de Torres (1997), el cual propone diferentes formas de utilización de las computadoras en el proceso de enseñanza aprendizaje de esta materia, aunque su concepción ha quedado descontextualizada debido al vertiginoso avance de estas tecnologías, en los últimos años.

Otro trabajo que trata el tema es el de Aguilera y Valido (1998), quienes ofrecen alternativas para el uso de herramientas computacionales, específicamente del Derive; sin embargo, estos autores le dan más importancia a las características del sistema que a las formas de utilizar el mismo, y se pierde de esta manera el sentido pedagógico.

Villanueva (2005), considera la computadora como herramienta que estimula y soporta el proceso de enseñanza aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos; no obstante, no se profundiza en el tratamiento pedagógico que se le debe dar a la misma para que puedan obtenerse los resultados deseados.

López (2005), aborda el desarrollo de recursos didácticos apoyados en las computadoras como mediadores semióticos en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática, específicamente para favorecer la visualización matemática tridimensional; aspecto novedoso en esta área, aunque centrado en el contexto mexicano.

Como se puede apreciar, no existe consenso alguno de cómo se deben utilizar estos recursos para lograr efectividad en el proceso de enseñanza aprendizaje; además, aun cuando estos recursos están disponibles no existe una planificación adecuada para su utilización por parte de los profesores.

También se utilizan disímiles categorías para referirse a los mismos, en la presente ponencia se asume el término Recursos Informáticos, entendido como (Escalona, 2007): *el conjunto de software, que permitan procesar, manipular, almacenar, transmitir, visualizar e interactuar con diferentes informaciones relacionadas con contenidos de las asignaturas de una o diferentes áreas del conocimiento; así como al hardware que los soporta.*

Se considera que los recursos informáticos a utilizar no son los que marcarán la diferencia, sino las actividades planificadas por el profesor

en su interrelación y que serán desarrolladas por los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje utilizando dichos recursos. Para ello se necesita considerar tres aspectos importantes: la mediación pedagógica de estos recursos, la motivación para su utilización y el papel que juegan dentro del sistema categorial de la Didáctica.

Ejemplificación para el establecimiento de relaciones interdisciplinarias (Introducción de un concepto)

Se puede partir de recordar el concepto de función recibido en Matemática I (Stewart, J., pág 12) *Una función f es una regla que asigna a cada elemento x de un conjunto A exactamente un elemento, llamado f(x), de un conjunto B.*

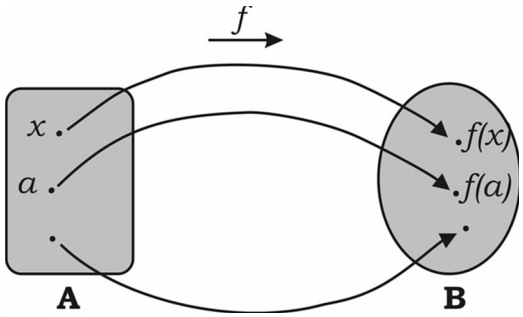

Fig. 1 *Diagrama de flechas para f.*

Recordar además la definición de función como correspondencia entre dos conjuntos, en este caso conjuntos de números reales.

Cuando una correspondencia es tal que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y sólo uno del segundo conjunto, entonces se llama aplicación. (Encarta, 2008)

¿Qué pasaría si en vez de tener dos conjuntos A y B, se estableciera una aplicación entre 2 espacios vectoriales E y F?

Se sabe que las combinaciones lineales $\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2$ y $\lambda_1 f(x_1) + \lambda_2 f(x_2)$ pertenecen a E y F respectivamente, por ser espacios vectoriales (λ_1, λ_2 números reales); el problema estaría en verificar si para toda aplicación f, ¿se cumplirá que $f(\lambda_1 x_1+\lambda_2 x_2) = \lambda_1 f(x_1) + \lambda_2 f(x_2)$? Ver figura 2.

Las aplicaciones que cumplen esta condición son las aplicaciones lineales, y se definen:

(Varela, M.V. y otros, 1986, pág 364) *Sean E y F dos espacios vectoriales reales y f una aplicación de E en F. Se dice que f es una aplicación lineal, si se cumple que:* $f(\lambda_1 x_1+\lambda_2 x_2) = \lambda_1 f(x_1)+\lambda_2 f(x_2)$, para todo x_1, x_2 de E y λ_1,λ_2 de $\Re$.

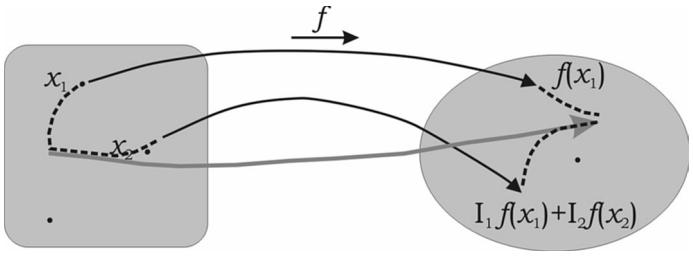

Fig. 2 *Diagrama de flechas para f*

* Lo relacionado con los casos particulares de $\lambda_1=1$, $\lambda_2=0$ da la relación $f(\lambda_1 x) = \lambda_1 f(x)$; para $\lambda_1=1$, $\lambda_2=1$ da la relación $f(x+y) = f(x) + f(y)$ y para $\lambda_1=0$, $\lambda_2= 0$ da $f(0) = 0$ (teorema 1 pág 365) se puede dar el mismo tratamiento del libro, al igual que las diferentes notaciones.

Para el desarrollo del concepto se deben analizar los ejemplos del libro, aunque en el ejemplo 3 se puede profundizar y utilizar la condición de linealidad:

$$(\lambda_1 f + \lambda_2 g)' = (\lambda_1 f)' + (\lambda_2 g)' = \lambda_1 f' + \lambda_2 g'$$

(por propiedades de la derivada - Matemática I)

Además se puede ofrecer otros ejemplos como el caso de la aplicación de $\Re$ en $\Re$ que transforma a x en sen(x). [sen $(\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2) \neq \lambda_1 \text{sen}(x_1) + \lambda_2 \text{sen}(x_2)$] (Matemática I)

*** Se puede aprovechar el tema para probar si toda función lineal es también una aplicación lineal.

La misma estará dada en f: $\Re \to \Re$

$$x \to mx + n$$

De modo que se verificará si $f(\lambda_1 a + \lambda_2 b) = \lambda_1 f(a) + \lambda_2 f(b)$, donde

$$m(\lambda_1 a + \lambda_2 b) + n = \lambda_1(ma+n) + \lambda_2(mb+n)$$

$$\lambda_1 ma + \lambda_2 mb+n = \lambda_1 ma+\lambda_1 n + \lambda_2 mb + \lambda_2 n$$

$$n = n(\lambda_1 + \lambda_2)$$

Esta relación solamente se cumplirá para $n = 0$; de ahí que las funciones lineales de la forma $f(x) = mx$, son las únicas que pueden considerarse como aplicaciones lineales.

➔ Este tema se puede retomar en Matemática II para extender el concepto función de una

variable real a función de varias variables reales, a través de ejemplos de aplicaciones de $\Re^n$ en $\Re$.

CONCLUSIONES

La Matemática desempeña un importante papel en los cambios que tienen lugar en la ciencia actual, lo cual se evidencia en la creciente utilización de sus productos en las diferentes ramas del conocimiento humano.

La Educación Superior en Cuba tiene como prioridad la calidad del proceso de formación de los futuros profesionales, lo cual se evidencia en el perfeccionamiento y optimización de los planes de estudio, no obstante los estudiantes de ingeniería continúan presentando serias dificultades en el aprendizaje de la matemática.

De las regularidades detectadas en el PEA de la Matemática, se distinguen tres elementos fundamentales que afectan dicho proceso: pobre establecimiento de relaciones interdisciplinarias, insuficiente contextualización de sus contenidos y utilización limitada de recursos informáticos.

Las alternativas metodológicas presentadas tratan de suplir, de cierta forma, las insuficiencias detectadas en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática para las carreras de ingeniería, ellas no constituyen una camisa de fuerza, ni se pretende sean de obligatorio cumplimiento por estos docentes; el objetivo fundamental de las mismas es mostrarles algunas ideas que pueden seguir para lograr perfeccionar dicho proceso, ya que un concepto, relación o procedimiento matemático será mejor comprendido mientras más numerosos y fuertes sean sus nexos con otros.

BIBLIOGRAFÍA

Álvarez, V. (1994). Enseñanza de la Matemática en carreras no Matemáticas. Rev. Educación Superior. No 3. Rev. del centro de estudios por el perfeccionamiento de la Educación Superior de la Universidad de la Habana. La Habana, Cuba.

Chaviano, R. y Santos, N. "El papel de la Disciplina Matemática reflejado en las Teorías y Diseños Curriculares de las Carreras de Ingeniería según el Modelo cubano".

Colectivo de autores (2006) "Plan de Estudios D carrera I. Mecánica." Comisión Nacional de Carrera, MES, Cuba.

Colectivo de autores (2007) "Plan de Estudios D carrera I. Industrial". Comisión Nacional de Carrera, MES, Cuba.

Colectivo de autores (2007) "Plan de Estudios D carrera I. Civil". Comisión Nacional de Carrera, MES, Cuba.

García, M. C. y otros (1994). Actividades que propician un aprendizaje activo y consciente en la asignatura Matemática. Material mimeografiado. ISPH. Cuba.

Garza, R. (1999) "La enseñanza de las ciencias básicas en la formación de ingenieros". Universidad Autónoma de Nuevo León, México Revista Ingenierías, Septiembre – Diciembre 1999, Vol. II, N°. 5.

Hernández, H. (1989) "El perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior Cubana. Experiencia en Álgebra Lineal", Tesis de Doctorado, MES.

Llorens, J. L. (1995) "Introducción al DERIVE". Universidad Politécnica de Valencia.

Mateus Marciano, João (2008) La enseñanza y el aprendizaje del álgebra: una concepción didáctica mediante sistemas informáticos. Tesis doctoral. MES. Cuba.

Ramírez, E. C. (2004) "Recursos computacionales para la enseñanza aprendizaje de la Matemática en la educación superior". Universidad Central de Las Villas, Santa Clara, Cuba.

Sancho, J (1995). Evaluación de soportes lógicos para la enseñanza: entre la necesidad y la realidad. Rev. Educación y Tecnología #117. 41-47. Sep.- Oct. Rev. de la asociación de técnicas de Informática. España.

Segarra, Ll (1999). Juego y Matemática. En Rev. Aula de innovaciones educativas. No 78. Enero. México.

Stewart, J. (2006) "Cálculo con Trascendentes tempranas." 4ta. Edición, Internacional Thomson, Editorial Félix Varela, La Habana.

Swokwosky. E.(1989) "Cálculo con Geometría Analítica", Editorial Iberoamericana. 5ta Edición.

Torres, P. (1996). Didácticas cubanas en la enseñanza de la Matemática. Colección PROMET, Editorial Academia, La Habana.

Varela, M. V. y otros. (2003) Álgebra Lineal. Editorial Félix Varela. La Habana. Cuba.

Abstract. The teaching of mathematics is in a renewal process approaches, which allow students to acquire scientific world view, a comprehensive culture and mathematical thinking so that it can meet the scientific, economic, social and related technology his specialty, and thus prepare him to face the challenges of today. The importance of the teaching of mathematics for the training of future professionals is a priority to continue in education. The basic contents of the course is essential for a strong learning and of great application in everyday life and in the course of their future profession. This work focuses on the process of learning of mathematics in engineering careers in the same assess its main regularities, and consequently to this, they propose alternative methodologies for the improvement of this process at the University of Holguín "Oscar Lucero Moya".